

1. 직선 $y = 2x - 1$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 2 까지 3 만큼 증가할 때, y 값의 증가량은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

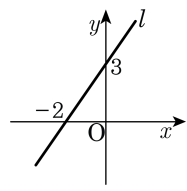
해설

직선 $y = 2x - 1$ 의 기울기는 2 이므로,

$$2 = \frac{(y\text{값의증가량})}{(x\text{값의증가량})} = \frac{(y\text{값의증가량})}{3}$$

$\therefore y$ 값의 증가량은 6 이다.

2. 직선 l 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

3. 다음 두 점 $(-3, 2), (-3, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 1$

② $y = 2$

③ $y = -3$

④ $x = 2$

⑤ $x = -3$

해설

$x = -3$ 인 직선이 된다.

4. 직선 $2x - 3y = 1$ 과 수직이고, 점 $(4, 11)$ 를 지나는 직선의 y 절편은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x - 3y = 1$ 과 수직이므로 직선의 기울기는 $-\frac{3}{2}$

$y = -\frac{3}{2}x + b$ 에 $(4, 11)$ 를 대입하면 $b = 5$

따라서 y 절편은 5이다.

5. 점 $(1, 0)$ 을 지나고 직선 $x + \sqrt{2}y + 3 = 0$ 에 수직인 직선의 y 절편은?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ -1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

직선 $x + \sqrt{2}y + 3 = 0$ 의 기울기가 $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이므로

구하는 직선의 기울기는 $\sqrt{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선은 $y = \sqrt{2}(x - 1)$ 이므로

이 직선의 y 절편은 $-\sqrt{2}$ 이다.

6. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A},$$
$$3x + by + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$$
$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$$
$$\textcircled{A} \perp \textcircled{B} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{ 에서 } ab = -3$$
$$\textcircled{A} // \textcircled{C} : \frac{1}{1} = \frac{-(b + 3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{ 에서 } a + b = -3$$
$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

7. 점 $(3, -5)$ 와 직선 $4x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$d = \frac{|4 \times 3 + (-3) \times (-5) + (-12)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$$

8. 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답: 0

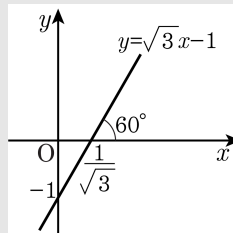
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : y 절편 -1

▷ 정답 : 60 °

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, y 절편 -1 , x 축의 양의 방
향과 이루는 각 60°



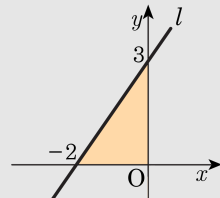
9. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도시해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

10. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▶ 정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \dots \textcircled{7}$$

$ac < 0, bc > 0$ 예)서 $ac \cdot bc < 0$

$$\therefore abc^2 < 0 \quad \text{즉, } ab < 0$$

$$ab < 0 \text{ 에서 기울기 } -\frac{a}{b} > 0$$

$$bc > 0 \text{ 에서 } y \text{ 절편 } -\frac{c}{b} < 0$$

따라서 $\ominus$ 은 계의 사브면은

따라서 ㉠은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

11. 두 직선 $3x - 2y + 1 = 0$, $ax + 4y - 3 = 0$ 이 평행할 때의 a 값과 수직일 때 a 값의 곱은?

㉠ -16 ㉡ -12 ㉢ -8 ㉣ -4 ㉤ -1

해설

$$3x - 2y + 1 = 0 \text{ 에서 } y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$ax + 4y - 3 = 0 \text{ 에서 } y = -\frac{a}{4}x + \frac{3}{4} \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 이 평행일 때, } \frac{3}{2} = -\frac{a}{4} \quad \therefore a = -6$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 이 수직일 때, } \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{a}{4}\right) = -1 \quad \therefore a = \frac{8}{3}$$

$$\therefore (-6) \times \frac{8}{3} = -16$$

12. 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나고, 직선 $x+y+1=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $x+y+3=0$ ② $x-y+3=0$ ③ $x+y-3=0$
④ $x-y-3=0$ ⑤ $2x+y+3=0$

해설

두 직선 $5x+2y+1=0$, $2x-y+4=0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$$(5x+2y+1)+k(2x-y+4)=0$$

$$\therefore (5+2k)x+(2-k)y+(1+4k)=0 \cdots \text{㉠}$$

이 직선이 $x+y+1=0$ 에 수직이므로

$$(-1) \times \frac{2k+5}{k-2} = -1$$

$$\therefore k = -7 \cdots \text{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 구하는

직선의 방정식은 $x-y+3=0$

(보충)

두 직선 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$ 의

교점을 지나는 직선은

$$ax+by+c+k(a'x+b'y+c')=0$$

13. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$x^2 - x + 1 = x + k$ 에서 $\frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$

$\therefore k = 0$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로
구하는 점은 $(1, 1)$

$\therefore a = 1, b = 1$

$\therefore a + b = 2$

14. 원점에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

원점 $(0, 0)$ 에서 직선 $ax + by + 4 = 0$ 까지의
거리가 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{|a \times 0 + b \times 0 + 4|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$

$$4 = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2} \rightarrow 2(a^2 + b^2) = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

15. 기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, 선분 AB 의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ ③ 5 ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ 6

해설

기울기가 2 이고 점 (2, 1) 을 지나는 직선의 방정식은

$$y - 1 = 2(x - 2), \therefore y = 2x - 3 \cdots \textcircled{1}$$

①에 $y = 0$ 을 대입하면

$$0 = 2x - 3, \therefore x = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

x 축과 만나는 점 A 의 좌표는

$$A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

①의 y 절편이 -3 이므로 y 축과

만나는 점 B 는 B(0, -3)

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 + (-3 - 0)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

16. 직선 $(2+k)x + (1-2k)y - 3(k+2) = 0$ 은 실수 k 의 값에 관계없이 항상 일정한 점 P 을 지난다. 점 P 의 좌표는?

- ① $P(3, 0)$ ② $P(0, 3)$ ③ $P(-3, 0)$
④ $P(0, -3)$ ⑤ $P(-3, 3)$

해설

직선 $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ 은
 k 의 값에 관계없이 항상 두 직선
 $ax + by + c = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ 의 교점을 지난다.
주어진 직선을 k 에 관해서 정리하면
 $2x + y - 6 + k(x - 2y - 3) = 0$
이것이 k 에 값에 관계없이 성립해야 하므로
 $2x + y - 6 = 0$, $x - 2y - 3 = 0$
이것을 연립하여 풀면 $x = 3$, $y = 0$
따라서 주어진 직선은 실수 k 의 값에 관계없이 점 $P(3, 0)$ 을
지난다.

17. 점 A(6, 2)와 직선 $x+2y-2=0$ 위를 움직이는 점 P가 있다. $\overline{AP}$ 를 1 : 3으로 내분하는 점의 자취는?

- ① $x-2y-8=0$ ② $x+2y-8=0$ ③ $x-2y+8=0$
④ $x+2y+8=0$ ⑤ $x-2y=0$

해설

P (a , b)라 하면 $a+2b-2=0 \cdots \textcircled{1}$

$\overline{AP}$ 의 1 : 3 내분점을 Q (x , y)라 하면

$$Q(x, y) = \left(\frac{a+18}{1+3}, \frac{b+6}{1+3} \right)$$

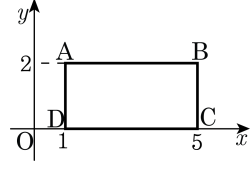
$$x = \frac{a+18}{1+3}, y = \frac{b+6}{1+3}$$

$$a = 4x-18, b = 4y-6$$

$\textcircled{1}$ 에 대입하면,

$$4x-18+2(4y-6)-2=0 \Rightarrow x+2y-8=0$$

18. 점 $(-1, -1)$ 을 지나고 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식이 $ax + by + 1 = 0$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

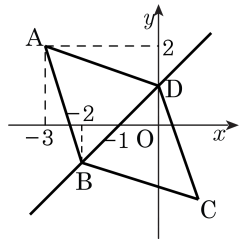


- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(-1, -1)$ 을 지나므로, $-a - b + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$
 그리고 직선이 사각형을 이등분 하려면 사각형의 중심
 $(\frac{5+1}{2}, \frac{0+2}{2})$ 를 지나야 한다.
 $\Rightarrow 3a + b + 1 = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 을 연립하면, $a = -1, b = 2$
 $\therefore a - b = -3$

19. 다음 그림에서 점 B와 점 D를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $A(-3, 2)$ 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD의 중점은 $M(-1, 0)$, 사각형 ABCD가 마름모이므로

$\overline{AM} \perp \overline{BD}$,

$\overline{AM}$ 의 기울기가 -1 이므로

$\overline{BD}$ 의 기울기는 1 ,

점 B와 점 D의 y 값을 a, b 라 하면

$b - a = 2, \frac{a + b}{2} = 0$ 이므로 $a = -1, b = 1$ 이다.

$\therefore D(0, 1)$

$\overline{AM} = 2\sqrt{2}, \overline{MD} = \sqrt{2}$ 이므로

마름모 ABCD의 넓이는

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) = 8$$

20. 좌표평면 위의 원점에서 직선 $3x - y + 2 - k(x + y) = 0$ 까지의 거리의 최대값은?(단, k 는 실수)

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ⑤ $\sqrt{2}$

해설

원점 O 에서 직선 $(3 - k)x - (1 + k)y + 2 = 0$ 까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3 - k)^2 + (1 + k)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$$2k^2 - 4k + 10 = 2(k - 1)^2 + 8 \geq 8 \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}} \leq \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{최대값 } \frac{\sqrt{2}}{2}$$