1. 다음 연립방정식의 해가 <u>아닌</u> 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

① $x = 2\sqrt{5},\ y = -\sqrt{5}$

② $x = -2\sqrt{5},\ y = \sqrt{5}$

③ $x = \dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ y = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

④ $x = -\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ y = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤ $x = -\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ y = -\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$x^2 + xy - 2y^2 = 0$

$\Rightarrow \quad (x-y)(x+2y) = 0$

i) $x = y$ $x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$y = \pm\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ x = \pm\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

ii) $x = -2y$

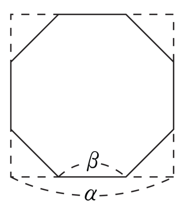
$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$

$y^2 = 5$ $y = \pm\sqrt{5},\ x = \mp 2\sqrt{5}$

$\therefore$ 해: $\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ \dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right),\ \left(-\dfrac{5\sqrt{2}}{2},\ -\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

$(-2\sqrt{5},\ \sqrt{5}),\ (2\sqrt{5},\ -\sqrt{5})$

2. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 α인 정사각형의 네 귀퉁이를 잘라 정8각형을 만들고 그 한 변의 길이를 β라 하면, α, β는 이차방정식 $x^2+px+(\sqrt{2}+1)=0$의 두 근이 된다고 한다. 다음 중 α, p의 값으로 옳은 것은?



① $\alpha = \sqrt{2}, \quad p = \sqrt{2}-1$

② $\alpha = \sqrt{2}, \quad p = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-1$

③ $\alpha = \sqrt{2}+1, \quad p = -\sqrt{2}$

④ $\alpha = \sqrt{2}+1, \quad p = -\sqrt{2}-2$

⑤ $\alpha = \sqrt{2}-1, \quad p = -\sqrt{2}-1$

해설

잘라낸 귀퉁이는 빗변의 길이가 β인 직각이등변삼각형이므로 다른 한 변의 길이는 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\beta$이다.

$2 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}\beta + \beta = \alpha$이므로

$\beta = \dfrac{\alpha}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}-1)\alpha$

α, β는 $x^2+px+(\sqrt{2}+1)=0$의 두 근이므로

$\alpha\beta = (\sqrt{2}-1)\alpha^2 = \sqrt{2}+1$에서

$\alpha^2 = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = (\sqrt{2}+1)^2$

$\alpha > 0$이므로 $\alpha = \sqrt{2}+1$

$\therefore \ p = -(\alpha+\beta) = -\left\{\alpha + (\sqrt{2}-1)\alpha\right\} = -\sqrt{2}-2$

3. 두 함수 $f(x) = |x^2 - 2x - 3| - 1$과 $g(x) = 2x - 1$에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$의 서로 다른 실근의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$f(x) = g(x)$에서 $|x^2 - 2x - 3| - 1 = 2x - 1$

$|x^2 - 2x - 3| = 2x$

방정식 $|x^2 - 2x - 3| = 2x$의 실근의 개수는 함수 $y = |x^2 - 2x - 3|$의 그래프와 직선 $y = 2x$의 교점의 개수와 같다.

$y = |x^2 - 2x - 3| = |(x+1)(x-3)| = |(x-1)^2 - 4|$

따라서 다음 그림에서 교점이 2개이므로 구하는 실근의 개수는 2개이다.