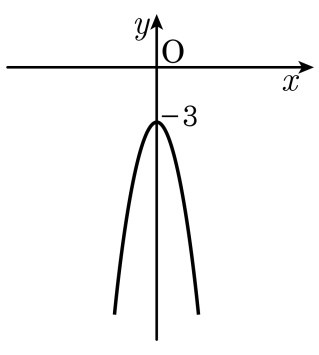
1. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 -3 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2,\ m)$ 을 지난다고 할 때, 상수 m 의 값은?



① -7 ② -8 ③ -9 ④ -10 ⑤ -11

해설

$y = -2x^2 - 3$ 이 점 $(2,\ m)$ 을 지나므로
$m = -2(2)^2 - 3 = -11$ 이다.

2. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(1,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ 1 ⑤ -1

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면
$y = (x - 2)^2$
점 $(1,\ m)$ 을 지나므로
$m = (1 - 2)^2$
$\therefore\ m = 1$

3. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$ ② $y = -3(x-1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$ ④ $y = 2(x-1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

4. 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$ 이고, 점 $(1,\ -4)$ 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$ ② $y = (x-1)^2$ ③ $y = -(x-3)^2$

④ $y = -(x+3)^2$ ⑤ $y = (x+2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$ 이므로 $y = a(x-3)^2$ 이고,
점 $(1,\ -4)$ 를 지나므로
$-4 = a(1-3)^2,\ a = -1$
$\therefore y = -(x-3)^2$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$ ④ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x-1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 $(2, 5)$, y 절편 3 , 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

6. '이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는( ) 의 그래프를( ) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.' 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

① $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동

② $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동

③ $y = -3x^2$, x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동

④ $y = 3x^2$, y 축에 대하여 대칭이동

⑤ $y = -3x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는($y = -3x^2$) 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 - 4ax + 24$
$= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24$

꼭짓점 $(2a,\ -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$-4a^2 + 24 = 4a$
$a^2 + a - 6 = 0$
$(a - 2)(a + 3) = 0$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

8. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.

㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.

㉣ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

㉤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠,㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
㉣ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

9. 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $y = ax^2 + q$ $(a \neq 0)$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $y = a(x + p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 p 만큼 평행이동 한 것이다.

③ $y = a(x - p)^2 + q$, $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이 된다.

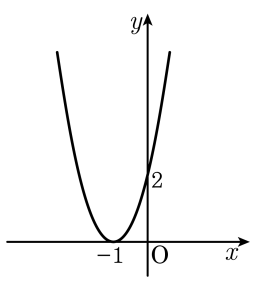
④ $y = ax^2$ 의 그래프는 원점을 꼭짓점, y 축을 대칭축으로 하는 포물선이다.

⑤ $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 일 때, $p > 0$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

② $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 $-p$ 만큼 평행이동한 것이다.

10. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x-p)^2$ 이라 할 때, $a+p$ 의 값은?



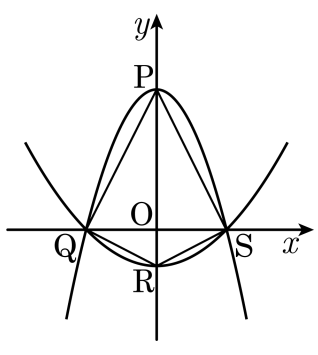
① -3 ② -2 ③ -1

④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이므로
$y = a(x+1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
$2 = a(0+1)^2$, $a = 2$
$y = 2(x+1)^2$
$a = 2,\ p = -1$
$\therefore a+p = 2-1 = 1$

11. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0,4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $\mathrm{Q}(2,0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다.

㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5,\ \triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다.

㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2,0),\ \mathrm{S}(2,0)$ 이다.

$\overline{\mathrm{QS}}=4$

또, $\mathrm{P}(0,\ 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0,\ -1)$

$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

12. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$ ② 13 ③ $-\frac{11}{3}$ ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ $-\frac{13}{2}$

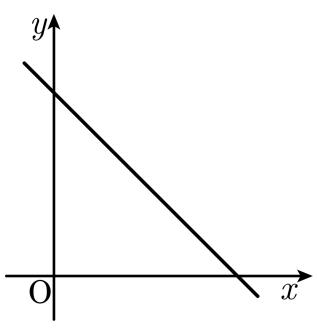
해설

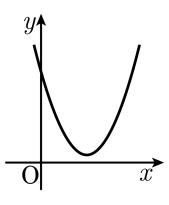
$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ a=\frac{1}{2}$ 이다.

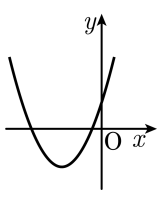
$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ b=13$ 이다.

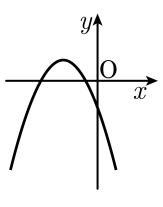
$\therefore\ abp = \frac{1}{2}\times 13\times(-1) = -\frac{13}{2}$

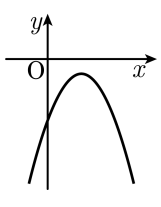
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?

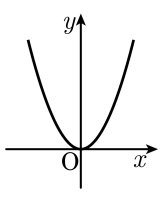


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x+b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

14. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2,\ 1)$ ② $(3,\ 5)$ ③ $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $\left(-1,\ \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2,\ \therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$ 을 지나므로 $3 = \frac{1}{2}(-1+2)^2 + b,\ \therefore b = \frac{5}{2}$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

15. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 A(2, 8), B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. △ABC 와 △BOD 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면? (단, $0 < a < 2$)

① $a = \dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$ ② $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

③ $a = \dfrac{-1+\sqrt{10}}{2}$ ④ $a = \dfrac{-1-\sqrt{10}}{2}$

⑤ $a = \dfrac{2}{3}$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 A$(2, 8)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 B(a, b) 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, △ABC 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로 하면 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-b)$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because$ $(a,\ b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times (8-2a^2) = 4(4-a^2)$

또한, $\triangle BOD = \dfrac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$

△ABC 와 △BOD 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4-a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$\therefore a^2(4-a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0$ 에서 $a = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$

여기서 $0 < a < 2$ 이므로 $a = \dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$