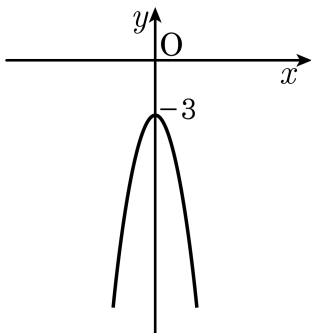


1. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축으로 -3 만큼 평행 이동한 것이다. 이 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지난다고 할 때, 상수 m 의 값은?



① -7

② -8

③ -9

④ -10

⑤ -11

해설

$y = -2x^2 - 3$ 이 점 $(2, m)$ 을 지나므로
 $m = -2(2)^2 - 3 = -11$ 이다.

2. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(1, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(1, m)$ 을 지나므로

$$m = (1 - 2)^2$$

$$\therefore m = 1$$

3. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

4. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점 (1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$

② $y = (x - 1)^2$

③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$

⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,
점 (1, -4) 를 지나므로

$$-4 = a(1 - 3)^2, a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 3)^2$$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 1$

② $y = -(x - 2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x - 1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 $(2, 5)$, y 절편 3, 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

6. ‘이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는() 의 그래프를() 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.’ 빈 괄호들 안에 들어갈 알맞은 말을 선택하여라.

- ① $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동
- ② $y = -3x^2$, y 축의 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동
- ③ $y = -3x^2$, x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동
- ④ $y = 3x^2$, y 축에 대하여 대칭이동
- ⑤ $y = -3x^2$, x 축에 대하여 대칭이동

해설

이차함수 $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는($y = -3x^2$) 의 그래프를 (y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동) 한 것으로 꼭짓점은 $(0, -1)$ 이고, 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 4ax + 24 \\&= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24\end{aligned}$$

꼭짓점 $(2a, -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$$-4a^2 + 24 = 4a$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a - 2)(a + 3) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

8. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

보기

- ㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
- ㉤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

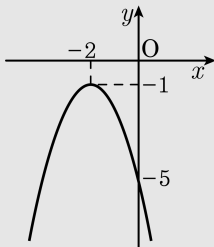
③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



9. 다음 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = ax^2 + q$ ($a \neq 0$)의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 양의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다.

② $y = a(x + p)^2$ 의 그래프는 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.

③ $y = a(x - p)^2 + q$, $y = -a(x - p)^2 - q$ 의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이 된다.

④ $y = ax^2$ 의 그래프는 원점을 꼭짓점, y 축을 대칭축으로 하는 포물선이다.

⑤ $y = a(x - p)^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 일 때, $p > 0$ 인 x 의 값에 대하여 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

② $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 양의 방향으로 $-p$ 만큼 평행이동한 것이다.

10. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x-p)^2$ 이라 할 때, $a + p$ 의 값은?

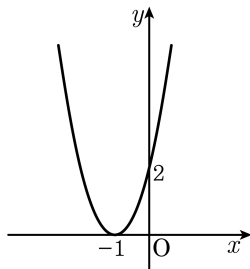
① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로

$y = a(x + 1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로

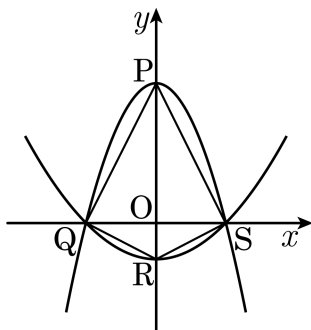
$$2 = a(0 + 1)^2, a = 2$$

$$y = 2(x + 1)^2$$

$$a = 2, p = -1$$

$$\therefore a + p = 2 - 1 = 1$$

11. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

12. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

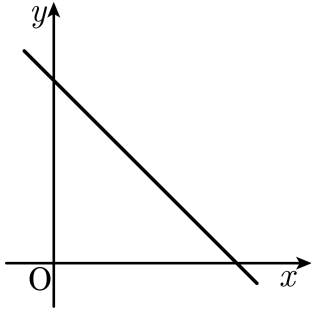
$$\text{이므로 } 1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

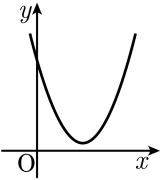
$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

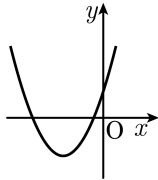
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



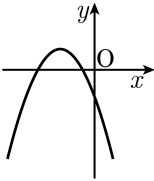
①



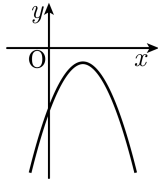
②



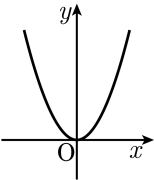
③



④



⑤



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

14. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x + a)^2 + b$ 의 그래프는 $x < -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하고, $x > -2$ 이면 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다. 이 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-2, 1)$

② $(3, 5)$

③ $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$

④ $(2, 5)$

⑤ $\left(-1, \frac{2}{5}\right)$

해설

$x = -2$ 를 기준으로 x 값에 따른 y 값의 변화가 달라지므로, 축의 방정식은 $x = -2$, $\therefore a = 2$

$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + b$ 의 그래프가 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로 $3 =$

$$\frac{1}{2}(-1 + 2)^2 + b, \therefore b = \frac{5}{2}$$

따라서 $y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + \frac{5}{2}$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-2, \frac{5}{2}\right)$ 이다.

15. $y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 5 만큼 평행이동 한 이차함수의 그래프 위에 두 점 $A(2, 8)$, $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점을 각각 C , D 라 하고, 원점을 O 라 한다. $\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 일 때, a 의 값을 구하면?
(단, $0 < a < 2$)

$$\textcircled{1} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad a = \frac{-1 + \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad a = \frac{-1 - \sqrt{10}}{2}$$

$$\textcircled{5} \quad a = \frac{2}{3}$$

해설

$y = 2(x-3)^2 - 5$ 의 그래프를 평행이동하면 $y = 2x^2$ 이다. 점 $A(2, 8)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 C 의 좌표는 $(-2, 8)$ 이고, 점 $B(a, b)$ 의 y 축에 대하여 대칭인 점 D 의 좌표는 $(-a, b)$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 $\overline{AC}$ 를 밑변, 점 A, B 의 y 좌표의 차를 높이로

$$\text{하면 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (8 - b)$$

이 식에 $b = 2a^2$ 을 대입하면 ($\because (a, b)$ 는 $y = 2x^2$ 위의 점)

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (8 - 2a^2) = 4(4 - a^2)$$

$$\text{또한, } \triangle BOD = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a^2 = 2a^3$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle BOD$ 의 넓이의 비가 $2 : a^2$ 이므로 $4(4 - a^2) : 2a^3 = 2 : a^2$

$$\therefore a^2(4 - a^2) = a^3, a^2 + a - 4 = 0 \text{ 에서 } a = \frac{-1 \pm \sqrt{1+16}}{2} =$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{여기서 } 0 < a < 2 \text{ 이므로 } a = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$$