

1. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 9 < 0 \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-3 < x < 3$

② $-3 < x \leq -2$

③ $-3 < x \leq 2$

④ $-2 < x \leq 2$

⑤ $-1 < x \leq -2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0 & \dots (가) \\ x^2 - 2x - 8 \geq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+3)(x-3) < 0$

$\therefore -3 < x < 3$

(나)에서 $(x+2)(x-4) \geq 0$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 4$

따라서 공통 범위를 구하면

$-3 < x \leq -2$

2. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서

$$(a-2)x^2 + 2(a-2)x + (2a-5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a-2 > 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

판별식 $\frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(2a-5) \leq 0$ 이므로

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a-2)(a-3) \leq 0$$

따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

3. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x + 4)(x - 2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

4. x 의 이차방정식 $mx^2 + 2(1 - 2m)x + m = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 m 의 범위를 구하면?

① $0 < m < \frac{1}{3}$

② $m < \frac{1}{3}, m > 1$

③ $m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$

④ $m < 0, m > 1$

⑤ $\frac{1}{3} < m < 1$

해설

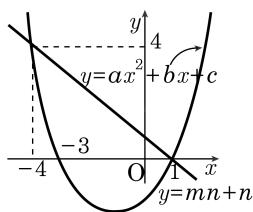
이차방정식이므로 $m \neq 0 \dots \textcircled{㉠}$

$$\frac{D}{4} = (1 - 2m)^2 - m^2 > 0 \text{에서}$$

$$(m - 1)(3m - 1) > 0, m < \frac{1}{3}, m > 1 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } m < 0, 0 < m < \frac{1}{3}, m > 1$$

5. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉠ 연립방정식

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases} \text{의 해는}$$

$x = -4, y = 4$ 와 $x = 1, y = 0$ 이다.

㉡ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$ 이다.

㉢ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$ 의 해는 $-4 \leq x \leq 1$ 이다.

㉣ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a = 1$ 이다.

㉤ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)

㉡ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$

㉢, ㉤ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의

방정식을 구하면

$$y = \left(\frac{4-0}{-4-1}\right)(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$$

연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면

$$ax^2 + \left(b + \frac{4}{5}\right)x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1) \\ = ax^2 + 3ax - 4a$$

$$\Rightarrow b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$$

그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로

$$9a - 3b + c = 0$$

$$\text{위의 세 식을 연립하면 } a = \frac{4}{5}$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ : 참

