1. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $x=3, x=-1$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$(x-3)(x+1)=0$

$x^2-2x-3=0$

$a=-2,\ b=-3$

$\therefore\ a+b=-5$

2. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=0$이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$2x+6=0$ 또는 $x-1=0$

$x=-3$ 또는 $x=1$

$\therefore\ a \times b = -3 \times 1 = -3$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 32 = 0$ 과 $2x^2 - 13x + 20 = 0$ 의 공통근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$x^2 + 4x - 32 = 0,\ (x+8)(x-4) = 0$

$\therefore\ x = -8$ 또는 $x = 4$

$2x^2 - 13x + 20 = 0,\ (2x-5)(x-4) = 0$

$\therefore\ x = \frac{5}{2}$ 또는 $x = 4$

따라서 공통해는 $x = 4$ 이다.

4. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2　　② -2　　③ 1　　④ -1　　⑤ 4

해설

중근 -2를 가지므로
$(x+2)^2 = 0$에서
$x^2 + 4x + 4 = 0$
양변에 2 를 곱하면
$2x^2 + 8x + 8 = 0$
$\therefore\ a = -8\ ,\ b = 6$
$\therefore\ a + b = -2$

5. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \le 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \ge 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근
$b = 0$ 이면 중근
따라서 $b \ge 0$ 이다.

6. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$
② $x = 2$ 또는 $x = -5$
③ $x = -1$ 또는 $x = 5$
④ $x = -1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$0.1x^2 = 1 - 0.3x$
각 항에 10 을 곱하여 정리하면
$x^2 + 3x - 10 = 0$
$(x - 2)(x + 5) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = -5$

7. 다음 이차방정식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $x^2 - 6x - 2 = 0$
② $x^2 - 3x - 4 = 0$
③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$
④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$
⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$: 해가 없다.

8. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

① 10 쪽 ② 12 쪽 ③ 14 쪽 ④ 16 쪽 ⑤ 18 쪽

해설

두 쪽수를 x, $x+1$ 이라 하면

$x(x+1)=156$

$x^2+x-156=0$

$(x+13)(x-12)=0$

$x>0$ 이므로 $x=12$ (쪽)

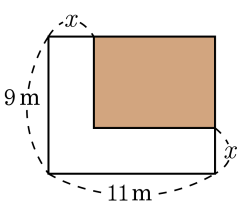
9. 가로의 길이가 세로의 길이보다 4cm 긴 직사각형의 넓이가 60cm^2 일 때, 가로의 길이는?

① 12cm ② 10cm ③ 8cm ④ 6cm ⑤ 4cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $x-4$ cm라 하면,
$x(x-4)=60$
$\therefore\ x=10(\because x>0)$

10. 가로, 세로의 길이가 각각 $11\,\mathrm{m}$, $9\,\mathrm{m}$ 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 $x\,\mathrm{m}$, 가로로 $x\,\mathrm{m}$ 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 $48\,\mathrm{m}^2$ 가 되도록 할 때, x 의 값은?



① $1\,\mathrm{m}$ ② $2\,\mathrm{m}$ ③ $3\,\mathrm{m}$

④ $4\,\mathrm{m}$ ⑤ $5\,\mathrm{m}$

해설

$(11-x)(9-x)=48$

$x^2-20x+51=0$

$(x-3)(x-17)=0$

$x<9$ 이므로 $x=3(\mathrm{m})$

11. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3,\ x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$x = -3$ 을 주어진 식에 대입하면

$5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 = 0, a = 11$

$5x^2 + 11x - 11 - 1 = 0$

$5x^2 + 11x - 12 = 0$

$(5x - 4)(x + 3) = 0$

$x = \frac{4}{5}, x = -3$

$\therefore b = \frac{4}{5}$

$\frac{b}{a} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}$

12. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
$ak^2 + bk = -4$ 이므로
$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

13. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{3}{2}$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$\begin{vmatrix} x-3 & x+1 \\ 4 & 2x \end{vmatrix} = x + 17$

$2x(x-3) - 4(x+1) = x + 17$

$2x^2 - 6x - 4x - 4 = x + 17$

$2x^2 - 11x - 21 = 0$

$(x-7)(2x+3) = 0$

따라서 $x = 7$ 또는 $x = -\frac{3}{2}$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, k 의 값과 다른 근을 구하면?

① $k = 0,\ 1 - \sqrt{3}$ ② $k = 1,\ 2 + \sqrt{3}$ ③ $k = 2,\ 1 + \sqrt{3}$
④ $k = 3,\ 1 - \sqrt{3}$ ⑤ $k = 4,\ 2 + \sqrt{3}$

해설

한 근 $2 - \sqrt{3}$ 을 대입하여 k 를 구하면 $k = 1$
$x^2 - 4x + 1 = 0$ 에서 $x = 2 \pm \sqrt{3}$
따라서 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$

15. 두 근이 2, -3 이고, 이차항의 계수가 -1 인 이차방정식의 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$-(x-2)(x+3)=0$
$-(x^2+x-6)=0$
$-x^2-x+6=0$
따라서 상수항은 6 이다.

16. 이차방정식 $x^2+4x+2=0$ 을 $(x+a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2+4x+2=0$
$(x+2)^2=2$
$(x+a)^2=b$
$\therefore\ a=2,\ b=2$
$\therefore\ a+b=4$

17. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

① $3x^2+6x+1=0 \rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{6}}{6}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=-5\pm\sqrt{7}$

③ $(x-7)^2=-8 \rightarrow x=7\pm\sqrt{-8}$

④ $2x^2-6x+1=0 \rightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=-1\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

① $3(x+1)^2=2 \rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$

② $2(x+5)^2=7 \rightarrow x=\frac{-10\pm\sqrt{14}}{2}$

③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.

⑤ $3(x+1)^2=5 \rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

18. $(x^2-4x)^2-(x^2-4x)-20=0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-1$

▷ 정답 : $x=2$

▷ 정답 : $x=5$

해설

$x^2-4x=A$ 로 놓으면

$A^2-A-20=0,\quad (A-5)(A+4)=0$

$A=5$ 또는 $A=-4$

(i) $x^2-4x=5,\ x^2-4x-5=0$

$(x-5)(x+1)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=-1$

(ii) $x^2-4x=-4,\ x^2-4x+4=0\,(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

19. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$

$x^2 - 10x + k + 7 = 0$

근이 1 개이므로 중근을 갖는다.

$k + 7 = 25$

$\therefore k = 18$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 8　　② 4　　③ 0　　④ -4　　⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $-a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$
$\therefore\ a = -4$
두 근의 곱은 $b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$
$\therefore\ b = -4$
$\therefore\ a - b = (-4) - (-4) = 0$

21. 이차방정식 $12x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은

$12\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=0, 12x^2-x-1=0$

따라서 $a=-1, b=-1$ 이므로 $a+b=-2$ 이다.

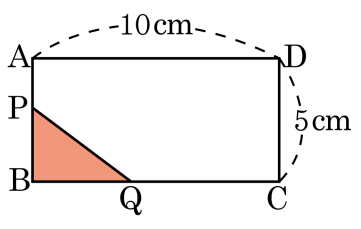
22. 지철이가 높이 30m 되는 건물의 옥상에서 야구공을 위를 향해서 초속 25m 로 던졌다. 이 때, x 초 후의 이 야구공의 지상으로부터의 높이는 $(30+25x-5x^2)$m 라고 한다. 야구공의 높이가 처음으로 60m 가 되는 데 걸리는 시간은?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$30+25x-5x^2=60$
$5(x^2-5x+6)=0$
$5(x-2)(x-3)=0$
$x=2,\ 3$
따라서 처음으로 60 m가 되는 데 걸리는 시간은 2 초이다.

23. 직사각형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 점 A 에서 점 B 까지 초속 1 cm 로 움직이고, 점 Q 는 $\overline{BC}$ 위를 점 B 에서 점 C 까지 초속 2 cm 로 움직인다. 점 P 와 Q 가 동시에 출발하여 △PBQ 의 넓이가 6 cm^2 가 되는 것은 얼마 후 인가?



① 1초 후 또는 2초 후
② 2초 후 또는 3초 후
③ 3초 후 또는 4초 후
④ 4초 후 또는 5초 후
⑤ 5초 후 또는 6초 후

해설

x 초 후에 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$ 의 길이는 $\overline{AP} = x$, $\overline{BQ} = 2x$ 가 된다.

$\therefore \triangle PBQ = \frac{1}{2} \times 2x \times (5 - x) = 6$

$\Rightarrow x(5 - x) = 6$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(x - 3) = 0$

$\Rightarrow x = 2$ 또는 $x = 3$

24. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0(xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0$ 에서 $(x - 3y)^2 = 0$

$\therefore x = 3y$

$x^2 = 9y^2$ 이므로 $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 에 대입하면

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

따라서 $x = \frac{3}{2}$, $y = \frac{1}{2}$ 이다.

25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2　　② 2　　③ -1　　④ 1　　⑤ 0

해설

$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$

k 에 대해서 정리하면

$(2a+1)k + a^2 - b = 0$, 이 식이 k에 관한 항등식이므로 $2a+1 = 0$, $a^2 - b = 0$

$\therefore a = -\frac{1}{2},\ b = \frac{1}{4}$

$\therefore 8ab = 8\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = -1$

26. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
$m + n$ 의 값은?

① 1　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{3}$　④ 2　⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
$\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
$(3a - 2)(a + 2) < 0$
$-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
$\therefore m + n = \frac{4}{3}$

27. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1　② ± 2　③ ± 3　④ ± 4　⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k,\ 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x-2k)(x-3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$\therefore\ k = \pm 1$

$10k = 2a$ 이므로

$k = 1$ 일 때 $a = 5$

$k = -1$ 일 때 $a = -5$

$\therefore\ a = \pm 5$

28. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=1\pm\sqrt{2}$가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=2\pm\sqrt{6}$이 나왔다. 이 때, ab의 값은?

① -4　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2+ax+b=0$의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1=b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
$(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})=-a$
$\therefore\ a=-4,\ b=-1$
$\therefore ab=4$

해설

소연이 푼 식은
$\left\{x-(1+\sqrt{2})\right\}\left\{x-(1-\sqrt{2})\right\}=0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
소희가 푼 식은
$\left\{x-(2+\sqrt{6})\right\}\left\{x-(2-\sqrt{6})\right\}=0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
$a=-2+\sqrt{6}-2-\sqrt{6}=-4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2-4x-1=0$
$\therefore\ ab=4$

29. 이차방정식 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2+6x-2=0$
② $x^2-6x+2=0$
③ $x^2+6x-4=0$
④ $x^2-6x+4=0$
⑤ $x^2+6x-6=0$

해설

α, β 는 $x^2-3x+1=0$ 의 두 근이므로
$\alpha+\beta=3, \alpha\beta=1$
구하는 방정식의 두 근이 $\alpha+\frac{1}{\beta}, \beta+\frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \alpha+\beta+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\\ &= \alpha+\beta+\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)\\ &= \alpha\beta+2+\frac{1}{\alpha\beta}=4\end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-6x+4=0$ 이다.

30. 어떤 무리수 a가 있다. a의 소수 부분을 b라 할 때 a의 제곱과 b의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$일 때, $m+n$을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$a^2 + b^2 = 15,\ 0 \le b < 1$

$0 \le b^2 = 15 - a^2 < 1,\quad \sqrt{14} < a \le \sqrt{15}$

따라서 a의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$a^2 + (a-3)^2 = 15$

$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

$a > 0$이므로 $a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$

$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$

31. 이차방정식 $x^2 - 6x + 1 + a = 0$ 이 유리수 근을 가질 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해 x 를 구하면
$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$
x 가 유리수가 되려면 a 가 자연수이므로 $9 - (1 + a)$ 는 8 보다 작은 제곱수가 되어야 한다.
$9 - (1 + a) = 8 - a$ 이므로
a 의 값은 4, 7, 8 이다.

32. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근 $p,\ q$ 가 p 는 약수가 2 개인 소수, q 는 홀수이고, $p^2+q=25$ 를 만족할 때, $\dfrac{b^2c+bc^2}{a^3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18354

해설

$p^2=25-q$ 이고 q 가 홀수이므로 p^2 은 짝수이다.
즉 p 도 짝수이고 짝수인 소수는 2 뿐이므로 $p=2$
$\therefore\ q=21$
따라서 이차방정식은
$a(x-2)(x-21)=ax^2-23ax+42a=0$
$\therefore\ b=-23a,\ c=42a$
따라서

$$\begin{aligned}\frac{b^2c+bc^2}{a^3}&=\frac{bc(b+c)}{a^3}\\&=\frac{-23a\times42a\times(-23a+42a)}{a^3}\\&=(-23)\times42\times19\\&=-18354\end{aligned}$$

33. 지면에서 10m/s 의 속도로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이 h가 된다. 이때, $h = 5(5t - t^2)$ 이라면 공이 10m 이상의 높이에서 머무르는 시간은 몇 초인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 초

▷ 정답 : $\sqrt{17}$ 초

해설

공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$10 = 5(5t - t^2)$

$t^2 - 5t + 2 = 0$

$\therefore\ t = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

따라서 $\dfrac{5 - \sqrt{17}}{2}$ 초 후에 공이 10m 를 지나 올라갔다가 $\dfrac{5 + \sqrt{17}}{2}$ 초 후에 높이 10m 를 지나 떨어지므로 공이 10m 이상의 높이에서 머무는 시간은 $\dfrac{5 + \sqrt{17}}{2} - \dfrac{5 - \sqrt{17}}{2} = \sqrt{17}$ (초) 동안이다.