1. 두 이차방정식 $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$과 $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$이 모두 $\sqrt{3}$을 근으로 가질 때, 상수 ab의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$x = \sqrt{3}$을 두 방정식에 각각 대입하면

$3 + 9 - a = 0 \quad \therefore a = 12$

$3 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 3$

$\therefore \ ab = 36$

2. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$인 것을 가장 알맞게 표현한 것은?

① $A = 0$ 그리고 $B = 0$
② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$
③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$
④ $A = 0$ 또는 $B = 0$
⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0 이 되어야 한다.
이를 표현한 것은 ④이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$
② $x = -4$ 또는 $x = 7$
③ $x = -4$ 또는 $x = -1$
④ $x = 3$ 또는 $x = -1$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$x^2 + 3x - 28 = 0$
$(x - 4)(x + 7) = 0$
$\therefore x = 4$ 또는 $x = -7$

4. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$
$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-2)(x-1) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

5. 다음 보기 중 m의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$　　㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$　　㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉣　⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m-1)^2 = 0$

$\therefore\ m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$, $m = 1 \pm \sqrt{2}$

6. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 중근은?

① $p = 0,\ x = 3$　② $p = 3,\ x = 3$　③ $p = 0,\ x = -3$
④ $p = 3,\ x = 0$　⑤ $p = -3,\ x = 3$

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)$= 0$ 이므로
$3(x-3)^2 = p$, $(x-3)^2 = \frac{p}{3}$ 이므로 $p = 0$ 이다.
또한 중근은 $x = 3$ 이다.

7. 다음 중 $x^2-6x+2a+4=0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 <u>않은</u> 것은?

① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$D=(-6)^2-4(2a+4)\geq 0$

$9-2a-4\geq 0$, $2a\leq 5$

$\therefore\ a\leq \frac{5}{2}$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α, 3α 라 하면,
$\alpha + 3\alpha = 8$ 이므로 $\alpha = 2$
$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$
$\therefore\ m = 12$

9. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2,\ 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$-2 + 3 = \frac{a}{2} \qquad \therefore a = 2$

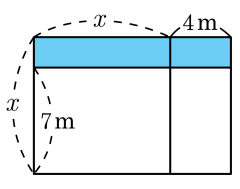
$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \qquad \therefore b = -12$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2,\ b = -12$ 를 대입하면

$2x^2 - 5x - 12 = 0$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

10. 정사각형 모양의 화단의 가로를 4m 늘리고, 세로를 7m 줄였더니, 넓이는 26m^2 가 되었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?



① 7 m ② 8 m ③ 9 m

④ 10 m ⑤ 11 m

해설

$(x+4)(x-7)=26$

$x^2-3x-54=0$

$(x+6)(x-9)=0$

$\therefore\ x=9(\because x>0)$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$의 두 근을 $a,\ b$라고 할 때, $ab(a+b)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(x-a)(x-b) = 0$
$x^2 - (a+b)x + ab = 0$
$a + b = 3,\ ab = 2$
$\therefore\ ab(a+b) = 2 \times 3 = 6$

12. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1　　② 0　　③ $\pm\sqrt{3}$　　④ $\pm\sqrt{2}$　　⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로
$x = \alpha$ 를 대입하면 $\alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$
양변을 α 로 나누면 $\alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm\sqrt{3}$$

13. 다음 중 이차방정식과 그 근이 알맞게 짝지어진 것은?

① $2-3x^2=0 \rightarrow x=\pm\frac{2}{3}$

② $2(x-3)^2=6 \rightarrow x=3\pm\sqrt{3}$

③ $3(x-1)(x-3)=0 \rightarrow x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

④ $x^2-2x-15=0 \rightarrow x=-5$ 또는 $x=3$

⑤ $3(x-1)^2=12 \rightarrow x=-3$ 또는 $x=1$

해설

① $3x^2=2, x^2=\frac{2}{3}, x=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3(x-1)(x-3)=0, x=1$ 또는 $x=3$

④ $x^2-2x=15, (x-1)^2=16, x-1=\pm4, x=5$ 또는 $x=-3$

⑤ $3(x-1)^2=12, (x-1)^2=4, x-1=\pm2, x=3$ 또는 $x=-1$

14. 이차방정식 $x^2+5x-9=0$ 을 $(x+P)^2=Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P+2Q$ 의 값을 구하면?

① -33　② -12　③ -4　④ 0　⑤ 33

해설

$x^2+5x-9=0$

$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P=\frac{5}{2},\ Q=\frac{61}{4}$

$\therefore\ P+2Q=\frac{5}{2}+\frac{61}{2}=33$

15. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3　　② -4　　③ 5　　④ 4　　⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.
$2(a-5)^2 = 0$
$\therefore a = 5$

16. $x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$의 근일 때, k의 값을 구하면?

① -1　　② 1　　③ 2　　④ -2　　⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$

$9 - 8k = 17$

$\therefore\ k = -1$

17. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$
② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$
③ $x = 4$ 또는 $x = -3$
④ $x = -4$ 또는 $x = 3$
⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$
$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$
$6x^2 - 22x - 8 = 0$
$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$
$(3x+1)(x-4) = 0$
$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

18. 이차방정식 A의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B의 근일 때, a의 값을 구하여라.

$A:\ (x+2)^2-2(x+2)-15=0$ $B:\ 2x^2+ax-5a=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x+2=t$로 치환하면 $t^2-2t-15=0$
$(t-5)(t+3)=0$, $t=5$ 또는 $t=-3$
$t=x+2=5$, $t=x+2=-3$에서 $x=3$ 또는 $x=-5$
따라서 큰 근은 3이다.
$x=3$을 $2x^2+ax-5a=0$에 대입하면
$18+3a-5a=0$
$\therefore\ a=9$

19. 이차방정식 $x^2+3x-3=0$ 의 두 근을 $m,\ n$ 이라고 할 때, $(m-n)^2$ 의 값은?

① -6　② 0　③ 3　④ 18　⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$m+n=-3,\ mn=-3$

$(m-n)^2=(m+n)^2-4mn=9+12=21$

20. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x라고 하면

$(x+4)^2 = 4(x+2)+29$

$x^2+4x-21=0$

$(x-3)(x+7)=0$

x는 자연수이므로 $x=3$ 이다.

21. 어떤 양수를 제곱해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제곱한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

① 9　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 13

해설

원래의 수를 x라 하면 $x^2 - 18 = 7x$

$x^2 - 7x - 18 = 0$

$(x-9)(x+2) = 0$

$x = 9$ 또는 $x = -2$

$\therefore\ x = 9(x > 0)$

22. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초 ② 6 초 ③ 7 초 ④ 8 초 ⑤ 9 초

해설

$10 + 30t - 5t^2 = 10$

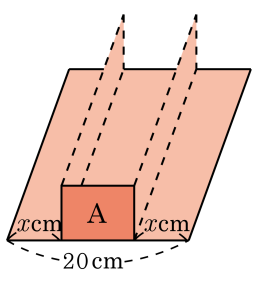
$t^2 - 6t = 0$

$t(t - 6) = 0$

$\therefore\ t = 6\ (\because t > 0)$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

23. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 $48\,\mathrm{cm}^2$ 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$(20 - 2x)x = 48$

$2x^2 - 20x + 48 = 0$

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$\therefore x = 6\ (\mathrm{cm})\ (\because\ x > 5)$

24. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^2+8x+12=0 \rightarrow (x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6,\ -2$

$2x^2+9x-18=0 \rightarrow (x+6)(2x-3)=0$

$\therefore x=-6,\ \frac{3}{2}$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x=-6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2+4mx-12m=0$ 도

근으로 -6 을 가지므로 $x=-6$ 을 대입하면

$2\times(-6)^2+4\times(-6)m-12m=0$

$36m=72$

$\therefore m=2$

25. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

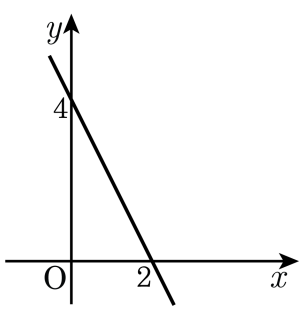
▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$
$4(x^2 - 8x) = -k - 4$
$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$
$4(x - 4)^2 = -k + 60$
중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

26. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



① 2　　② -2　　③ $\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$　　⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α, β라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$는

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$에서

$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$이므로

두 근의 차는

$\pm\sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

27. 이차방정식 $6x^2-5x+a=0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2+\beta^2=\frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1　　② 5　　③ 13　　④ -1　　⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha+\beta=\frac{5}{6},\ \alpha\beta=\frac{a}{6}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\frac{25}{36}-\frac{a}{3}=\frac{13}{36}$

$\therefore a=1$

28. 이차방정식 $ax^2+bx+5=0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 5　　② 10　　③ 15　　④ 20　　⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5}+2$

근과 계수와의 관계에서

$-\frac{b}{a}=(\sqrt{5}+2)+(-\sqrt{5}+2)=4$, $\frac{5}{a}=(\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2)=-1$

$\therefore a=-5$

$\therefore b=-4a=(-4)\times(-5)=20$

$\therefore a+b=-5+20=15$

29. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

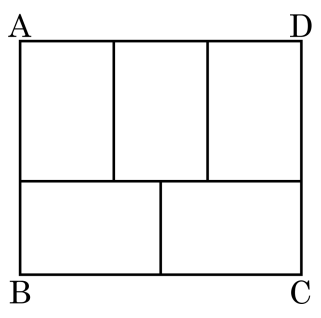
$x(x-7)=30$

$x^2-7x-30$

$(x-10)(x+3)=0$

$\therefore x=10$ ($\because x$ 는 자연수)

30. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}$ cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60\,(\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$\frac{3}{2}x \times x = 60,\ x^2 = 40,\ x = 2\sqrt{10}\,(\text{cm})$

$\overline{\text{AD}} = 3x,\ \overline{\text{AB}} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10}\,(\text{cm})$ 이다.

31. 이차방정식 $ax^2+bx+ca=-b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x=1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x=1$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$a+b+ca=-b$
a에 대하여 정리하면
$(1+c)a+2b=0$
이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$1+c=0,\ 2b=0$ 이어야 한다.
$\therefore\ b=0,\ c=-1$
$\therefore\ bc=0$

32. 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 쌍

▷ 정답 : 3 쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a+b) + (a+b)^2 = 0$

$a + b = A$ 로 치환하면

$A^2 - 5A + 6 = 0$, $(A-2)(A-3) = 0$,

$\therefore A = 2$ 또는 3

1) $a + b = 2$ 일 때 $a = 1,\ b = 1$

2) $a + b = 3$ 일 때 $a = 2,\ b = 1$ 또는 $a = 1,\ b = 2$

1), 2) 에서 $(a,\ b)$ 의 쌍은 $(1,\ 1)$, $(2,\ 1)$, $(1,\ 2)$ 의 3 개이다.

33. A 공장에서 만드는 B 제품의 재료인 C 라는 제품은 구매량이 일정 비율 늘어날수록 개당 가격이 일정 비율로 떨어진다. C 제품의 구매량을 $x\%$ 늘리면 개당 가격은 $\frac{3x}{2}\%$ 만큼 떨어진다고 할 때, 전체 구매금액을 6.5% 감소시키기 위해서는 구매량을 몇 %늘려야 하는지 구하여라. (단, $x > 0$)

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 10 %

해설

처음 구매량을 a 개, 개당 가격을 b 원이라고 하면

구매량을 $x\%$ 늘린 구매량은 $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 개, 개당 가격은

$b\left(1-\frac{\frac{3x}{2}}{100}\right)$ 개이다.

따라서, 구매량을 $x\%$ 늘린 후의 구매금액은

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)b\left(1-\frac{\frac{3x}{2}}{100}\right)$

$=\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{3x}{200}\right)ab$ (원) 이다.

이때, 구매금액이 6.5% 감소해야 하므로

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{3x}{200}\right)ab=\frac{93.5}{100}ab$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{3x}{200}\right)=\frac{93.5}{100}$

$3x^2+100x-1300=0$

$(x-10)(3x+130)=0$

$\therefore\ x=10$

따라서 구매량을 10% 늘려야 한다.