

1. 두 이차방정식 $x^2 + 3\sqrt{3}x - a = 0$ 과 $x^2 - 2\sqrt{3}x + b = 0$ 이 모두 $\sqrt{3}$ 을 근으로 가질 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$x = \sqrt{3}$ 을 두 방정식에 각각 대입하면

$$3 + 9 - a = 0 \quad \therefore a = 12$$

$$3 - 6 + b = 0 \quad \therefore b = 3$$

$$\therefore ab = 36$$

2. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은?

① $A = 0$ 그리고 $B = 0$

② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$

③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$

④ $A = 0$ 또는 $B = 0$

⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0 이 되어야 한다.

이를 표현한 것은 ④이다.

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 28 = 0$ 을 풀면?

① $x = 4$ 또는 $x = -7$

② $x = -4$ 또는 $x = 7$

③ $x = -4$ 또는 $x = -1$

④ $x = 3$ 또는 $x = -1$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$x^2 + 3x - 28 = 0$$

$$(x - 4)(x + 7) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -7$$

4. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

5. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m-1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

6. 이차방정식 $3(x-3)^2 = p$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 p 의 값과 중근은?

- ① $p = 0, x = 3$ ② $p = 3, x = 3$ ③ $p = 0, x = -3$
④ $p = 3, x = 0$ ⑤ $p = -3, x = 3$

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$$3(x-3)^2 = p, (x-3)^2 = \frac{p}{3} \text{ 이므로 } p = 0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x = 3$ 이다.

7. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24

② -12

③ 12

④ 24

⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α , 3α 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

9. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 $-2, 3$ 이라고 할 때, $ax^2 - 5x + b = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$-2 + 3 = \frac{a}{2} \quad \therefore a = 2$$

$$(-2) \times 3 = \frac{b}{2} \quad \therefore b = -12$$

$ax^2 - 5x + b = 0$ 에 $a = 2, b = -12$ 를 대입하면

$$2x^2 - 5x - 12 = 0$$

따라서 두 근의 곱은 $\frac{-12}{2} = -6$ 이다.

10. 정사각형 모양의 화단의 가로를 4m 늘리고, 세로를 7m 줄였더니, 넓이는 26m^2 가 되었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

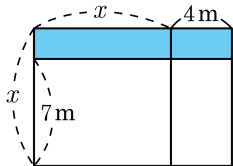
① 7 m

② 8 m

③ 9 m

④ 10 m

⑤ 11 m



해설

$$(x + 4)(x - 7) = 26$$

$$x^2 - 3x - 54 = 0$$

$$(x + 6)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(x - a)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0$$

$$a + b = 3, ab = 2$$

$$\therefore ab(a + b) = 2 \times 3 = 6$$

12. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

13. 다음 중 이차방정식과 그 근이 알맞게 짝지어진 것은?

① $2 - 3x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$

② $2(x - 3)^2 = 6 \rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3}$

③ $3(x - 1)(x - 3) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

④ $x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = -5$ 또는 $x = 3$

⑤ $3(x - 1)^2 = 12 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 1$

해설

① $3x^2 = 2, x^2 = \frac{2}{3}, x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3(x - 1)(x - 3) = 0, x = 1$ 또는 $x = 3$

④ $x^2 - 2x = 15, (x - 1)^2 = 16, x - 1 = \pm 4, x = 5$ 또는 $x = -3$

⑤ $3(x - 1)^2 = 12, (x - 1)^2 = 4, x - 1 = \pm 2, x = 3$ 또는 $x = -1$

14. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33

② -12

③ -4

④ 0

⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

15. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3

② -4

③ 5

④ 4

⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.

$$2(a-5)^2 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

16. $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$$

$$9 - 8k = 17$$

$$\therefore k = -1$$

17. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

18. 이차방정식 A 의 두 근 중 큰 근이 다른 이차방정식 B 의 근일 때, a 의 값을 구하여라.

$$A : (x+2)^2 - 2(x+2) - 15 = 0$$

$$B : 2x^2 + ax - 5a = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2 - 2t - 15 = 0$$

$$(t-5)(t+3) = 0, t=5 \text{ 또는 } t=-3$$

$$t=x+2=5, t=x+2=-3 \text{에서 } x=3 \text{ 또는 } x=-5$$

따라서 큰 근은 3이다.

$$x=3 \text{을 } 2x^2 + ax - 5a = 0 \text{에 대입하면}$$

$$18 + 3a - 5a = 0$$

$$\therefore a = 9$$

19. 이차방정식 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $(m - n)^2$ 의 값은?

① -6

② 0

③ 3

④ 18

⑤ 21

해설

근과 계수의 관계로부터

$$m + n = -3, mn = -3$$

$$(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 9 + 12 = 21$$

20. 어떤 자연수에 4를 더하여 제공해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x + 4)^2 = 4(x + 2) + 29$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x - 3)(x + 7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

21. 어떤 양수를 제공해야 할 것을 잘못하여 7배 하였더니 제공한 것보다 18이 작아졌다고 한다. 원래의 수는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

원래의 수를 x 라 하면 $x^2 - 18 = 7x$

$$x^2 - 7x - 18 = 0$$

$$(x - 9)(x + 2) = 0$$

$$x = 9 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\therefore x = 9 (x > 0)$$

22. 높이가 10m 인 건물 위에서 똑바로 떨어뜨린 공의 t 초 후의 높이를 h m라 할 때, $h = (10 + 30t - 5t^2)$ 이다. 공이 다시 건물에 떨어지는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 5 초

② 6 초

③ 7 초

④ 8 초

⑤ 9 초

해설

$$10 + 30t - 5t^2 = 10$$

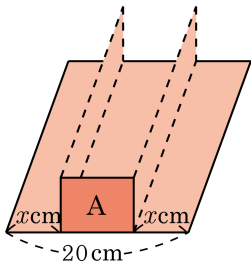
$$t^2 - 6t = 0$$

$$t(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 6 \quad (\because t > 0)$$

따라서 공이 다시 건물에 떨어지는데 6초 걸린다.

23. 다음 그림과 같이 단면의 넓이가 48 cm^2 인 사각형 모양의 상자를 펼쳤다. 이 때, 상자를 펼치기 전의 높이를 구하여라. (단, $x > 5$ 이고 단위는 생략)



답 :

cm



정답 : 6 cm

해설

$$(20 - 2x)x = 48$$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 5)$$

24. 세 이차방정식 $x^2+8x+12=0$ 과 $2x^2+9x-18=0$, $2x^2+4mx-12m=0$ 이 공통근을 가질 때, m 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x^2 + 8x + 12 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -6, -2$$

$$2x^2 + 9x - 18 = 0 \rightarrow (x + 6)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6, \frac{3}{2}$$

이므로 두 방정식의 공통근은 $x = -6$ 이다.

따라서 이차방정식 $2x^2 + 4mx - 12m = 0$ 도
근으로 -6 을 가지므로 $x = -6$ 을 대입하면

$$2 \times (-6)^2 + 4 \times (-6)m - 12m = 0$$

$$36m = 72$$

$$\therefore m = 2$$

25. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

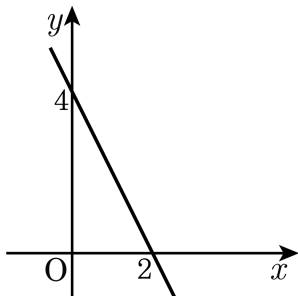
$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

26. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α , β 라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$ 는

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 에서}$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \text{ 이므로}$$

두 근의 차는

$$\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

27. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

28. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} + 2$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5}+2) + (-\sqrt{5}+2) = 4, \quad \frac{5}{a} = (\sqrt{5}+2)(-\sqrt{5}+2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

29. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

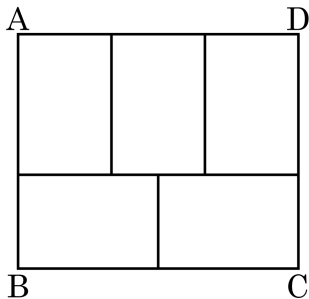
$$x(x - 7) = 30$$

$$x^2 - 7x - 30$$

$$(x - 10)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 10 \quad (\because x \text{ 는 자연수})$$

30. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $22\sqrt{10}$ cm

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, x^2 = 40, x = 2\sqrt{10} (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 3x, \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10} (\text{cm})$ 이다.

31. 이차방정식 $ax^2 + bx + ca = -b$ 가 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 을 근으로 가질 때, bc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x = 1$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$a + b + ca = -b$$

a 에 대하여 정리하면

$$(1 + c)a + 2b = 0$$

이 식이 a 의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$1 + c = 0, 2b = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore b = 0, c = -1$$

$$\therefore bc = 0$$

32. 이차방정식 $6x^2 - 5(a+b)x + (a+b)^2 = 0$ 의 한 근이 $x = 1$ 일 때, 자연수 a, b 의 값은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 3쌍

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로 $6 - 5(a+b) + (a+b)^2 = 0$

$a+b = A$ 로 치환하면

$$A^2 - 5A + 6 = 0, (A-2)(A-3) = 0,$$

$\therefore A = 2$ 또는 3

1) $a+b = 2$ 일 때 $a = 1, b = 1$

2) $a+b = 3$ 일 때 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$

1), 2)에서 (a, b) 의 쌍은 $(1, 1), (2, 1), (1, 2)$ 의 3개이다.

33. A 공장에서 만드는 B 제품의 재료인 C 라는 제품은 구매량이 일정 비율 늘어날수록 개당 가격이 일정 비율로 떨어진다. C 제품의 구매량을 $x\%$ 늘리면 개당 가격은 $\frac{3x}{2}\%$ 만큼 떨어진다고 할 때, 전체 구매금액을 6.5% 감소시키기 위해서는 구매량을 몇 % 늘려야 하는지 구하여라. (단, $x > 0$)

▶ 답 : %

▷ 정답 : 10 %

해설

처음 구매량을 a 개, 개당 가격을 b 원이라고 하면

구매량을 $x\%$ 늘린 구매량은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 개, 개당 가격은

$b\left(1 - \frac{\frac{3x}{2}}{100}\right)$ 개이다.

따라서, 구매량을 $x\%$ 늘린 후의 구매금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)b\left(1 - \frac{\frac{3x}{2}}{100}\right) \\ = \left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{3x}{200}\right)ab \text{ (원)이다.}$$

이때, 구매금액이 6.5% 감소해야 하므로

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{3x}{200}\right)ab = \frac{93.5}{100}ab \\ \left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{3x}{200}\right) = \frac{93.5}{100}$$

$$3x^2 + 100x - 1300 = 0$$

$$(x - 10)(3x + 130) = 0$$

$$\therefore x = 10$$

따라서 구매량을 10% 늘려야 한다.