1. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×3^2
$\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

2. 네 유리수 $-\frac{5}{2}$, 3, -2, $\frac{7}{3}$ 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱할 때, 결과가 가장 큰 수는?

① -14 ② $-\frac{35}{2}$ ③ $\frac{35}{3}$ ④ 15 ⑤ 21

해설

$3\times(-2)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=15$

3. 자연수 135 의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단,m,n은 자연수이고, $a \neq 3,5$ 인 소수)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$135 = 3^3 \times 5$

(약수의 개수) $= 4 \times 2 = 8$(개)

$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8$, $n = 1, m = 1$

그러므로 $n + m = 1 + 1 = 2$

4. 가로의 길이가 720cm, 세로의 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7\text{cm}$ 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140 개　　② 160 개　　③ 180 개
④ 200 개　　⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
$2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는
$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개) 이다.

5. 가로의 길이가 16cm, 세로의 길이가 20cm, 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 나무토막을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들려고 한다. 만들어지는 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.

① 70cm ② 80cm ③ 90cm
④ 100cm ⑤ 110cm

해설

가장 작은 정육면체 한 모서리의 길이는 16, 20, 8 의 최소공배수이다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 16 & 20 & 8 \\ \hline 2 & 8 & 10 & 4 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 2 \\ \hline & 2 & 5 & 1 \end{array}$$

$\therefore\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80(\text{cm})$

6. 점 A 은 점 B(-4) 와 점 C(2) 사이의 거리를 $5:1$ 로 나눈 점이다. 점 A 가 나타내는 점은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

점 B 와 점 C 사이의 거리 : $4+2=6$

$6\times\frac{5}{6}=5$

$A=-4+5=1$

7. 최대공약수가 $3 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$ 이다.) 또는 a^3 꼴이어야 한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

8. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B}=\frac{7}{8}$ 일 때, 두 자연수 A, B 의 최소공배수는?

① 280 ② 350 ③ 420 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5 이고 $\frac{A}{B}=\frac{7}{8}$ 이므로, $A=35=5\times7$, $B=40=2^3\times5$ 이다.
따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3\times5\times7=280$ 이다.

9. 두 정수 a, b 에 대하여 $\left|\frac{a}{7}\right| + \left|\frac{b}{7}\right| = 1$ 이 되는 a, b 는 몇 쌍인가?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

$|a| + |b| = 7$

$a = 0$ 일 때, $b = \pm 7$

$a = \pm 1$ 일 때, $b = \pm 6$

$a = \pm 2$ 일 때, $b = \pm 5$

$a = \pm 3$ 일 때, $b = \pm 4$

$a = \pm 4$ 일 때, $b = \pm 3$

$a = \pm 5$ 일 때, $b = \pm 2$

$a = \pm 6$ 일 때, $b = \pm 1$

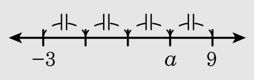
$a = \pm 7$ 일 때, $b = 0$

$\therefore$ a, b 의 쌍은 28(쌍)

10. 세 수 -3, a, 9 를 수직선 위에 나타내었더니 -3 에서 a 까지의 거리가 a 에서 9 사이의 거리의 3 배가 되었다. $-3 < a < 9$ 일 때 a 의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설



-3 에서 a 까지의 거리를 $3x$ 라 하면, a 에서 9 까지의 거리는 x 이다. 그러므로 $4x = 12$ 이고, $x = 3$ 이다. -3 에서 a 까지의 거리가 9 이므로 $a = 6$ 이다.

11. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수를 나타내기로 한다. 이때, 다음 식의 값을 구하여라.

보기

$$\left[-\frac{14}{5}\right]-\left[\frac{10}{7}\right]\div\frac{1}{[-3.1]}$$

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{7}{2}$　④ $\frac{7}{3}$　⑤ $\frac{11}{5}$

해설

$\left[-\frac{14}{5}\right]=-3,\ \left[\frac{10}{7}\right]=1,\ [-3.1]=-4$

$\therefore \left[-\frac{14}{5}\right]-\left[\frac{10}{7}\right]\div\frac{1}{[-3.1]}$

$=(-3)-1\div\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=(-3)-1\times(-4)$

$=(-3)+4=1$

12. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27 ② 44 ③ 2×3^2
④ $2^2\times3\times5^2$ ⑤ $2^4\times7^2$

해설
⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

13. $2^a \times 3^b \times 5^2$ 에 $\dfrac{2}{3^2}$ 을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한 a, b 중 가장 작은 자연수를 a, b 라고 할 때, $a+b$는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \dfrac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$ 에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수 a, b 는 $a=1$, $b=2$ 이다.
따라서 $a+b=1+2=3$ 이다.

14. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

㉠ a 와 4 의 합은 양수이고, a 와 2 의 합은 음수이다.

㉡ b 와 c 의 절댓값은 a 의 절댓값보다 작다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 더 가깝다.

① $a < b < c$　② $b < a < c$　③ $a < c < b$

④ $b < c < a$　⑤ $c < a < b$

해설

㉠ a 와 4 의 합이 양수이고, a 와 2 의 합은 음수이므로
$a < 0$ 이고 $2 <$ (a 의 절댓값)< 4 이다.　$\therefore a = -3$ ($\because a$ 는 정수)
㉡ (b 와 c 의 절댓값)< 3 이므로 $-3 < b < 3$, $-3 < c < 3$ 이다.
㉢ b 는 c 보다 a 에 가깝다.
$\therefore -3 < b < c < 3$
따라서, ㉠,㉢에 의하여 $a < b < c$

15. 두 유리수 $a,\ b$ 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0,\ a$ 의 절댓값이 $\frac{1}{2},\ b$ 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{36}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{4}{9}$　④ $\frac{25}{36}$　⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 $a,\ b$ 는 서로 다른 부호의 수이다.

(1)$a > 0,\ b < 0$ 일 때, $a = \frac{1}{2},\ b = -\frac{2}{3}$

$(a-b)^2 = \left\{\frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}\right)\right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6}\right)^2 = \frac{49}{36}$

(2)$a < 0,\ b > 0$ 일 때, $a = -\frac{1}{2},\ b = \frac{2}{3}$

$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{36}$

(1),(2)에 의해 $(a-b)^2 = \frac{49}{36}$