

1. 다음 부등식을 만족시키는 자연수 x 값이 아닌 것은?

보기

$$3 < \sqrt{x} < 5$$

① 24

② 20

③ 16

④ 12

⑤ 8

해설

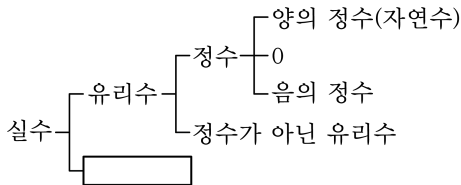
$$3 < \sqrt{x} < 5$$

$$3^2 < (\sqrt{x})^2 < 5^2 \text{ 이므로}$$

$$9 < x < 25$$

따라서 x 는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 이다.

2. 다음 중 안의 수에 해당하지 않는 것은?



① $\sqrt{5} + 1$

② $-\frac{\pi}{2}$

③ $\sqrt{0.9}$

④ $-\sqrt{2.89}$

⑤ $0.1234\dots$

해설

빈칸에 들어갈 용어는 무리수이다.
무리수가 아닌 것을 찾는다.

$$\textcircled{4} -\sqrt{2.89} = -\sqrt{\frac{289}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{17}{10}\right)^2} = -\frac{17}{10}$$

3. $\sqrt{0.36} = a \times 6$ 이고 $\sqrt{1200} = \sqrt{b} \times 10$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $ab = \frac{6}{5}$

해설

$$\sqrt{0.36} = \sqrt{\frac{1}{100} \times 36} = \frac{1}{10} \times 6$$

$$\therefore a = \frac{1}{10}$$

$$\sqrt{1200} = \sqrt{12 \times 100} = \sqrt{12} \times 10$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore ab = \frac{6}{5}$$

4. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{2} \left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{12}} \right) + \sqrt{3} \left(\frac{6}{\sqrt{18}} - 3 \right)$$

① $\frac{7\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{3}$

② $\frac{7\sqrt{3} - 2\sqrt{6}}{3}$

③ $\frac{-7\sqrt{3} + 2\sqrt{6}}{3}$

④ $\frac{-7\sqrt{3} - 2\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\frac{7\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{12}} \right) + \sqrt{3} \left(\frac{6}{\sqrt{18}} - 3 \right) \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{10}{\sqrt{6}} + \frac{6}{\sqrt{6}} - 3\sqrt{3} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{3} - 3\sqrt{3} = -\frac{7\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

5. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

①

14

② 13

③ 12

④ 11

⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$$

$$8 - 22 + a = 0$$

$$\therefore a = 14$$

6. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

7. $\frac{10^8}{20^4} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = 6^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\frac{10^8}{20^4} = \frac{10^8}{2^4 \times 10^4} = \frac{10^4}{2^4} = 5^4 = \sqrt{25^4}, a = 4$$

$$\sqrt{\frac{6^{10}}{6^4}} = \sqrt{6^6} = 6^3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$$

8. 두 식 $(x-3)^2 - 2(x-3) - 35$ 와 $2x^2 + x - 6$ 의 공통인 인수를 구하면?

① $x + 3$

② $x + 2$

③ $3x - 13$

④ $2x - 3$

⑤ $x - 10$

해설

$x - 3 = t$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} t^2 - 2t - 35 &= (t + 5)(t - 7) \\ &= (x - 3 - 7)(x - 3 + 5) \\ &= (x - 10)(x + 2) \end{aligned}$$

한편, $2x^2 + x - 6 = (2x - 3)(x + 2)$

따라서 공통인 인수는 $x + 2$

9. $6x^2 + ax + 15 = (2x + b)(cx + 5)$ 이고 a, b, c 는 상수일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25

해설

$$6x^2 + ax + 15 = 2cx^2 + (10 + bc)x + 5b$$

$$2c = 6, 5b = 15, 10 + bc = a$$

$$c = 3, b = 3, a = 19$$

$$\therefore a + b + c = 25$$

10. $x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2$ 을 인수분해하는데 사용된 인수분해 공식을 모두 고르면? (단, $a > 0, b > 0$)

① $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

② $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

③ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

④ $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

⑤ $acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 4y^2 - z^2 \\ &= (x - 2y)^2 - z^2 \Rightarrow a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ &= (x - 2y + z)(x - 2y - z) \Rightarrow a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \end{aligned}$$

11. 다음 조건을 만족할 때, $x^3 + x + y + x^2y + 4$ 의 값을 구하여라.

$$x = \sqrt{3}, x + y - 4 = 0$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$x = \sqrt{3}, x + y = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} x^3 + x + y + x^2y + 4 &= x^2(x + y) + (x + y) + 4 \\ &= (x + y)(x^2 + 1) + 4 \\ &= 4 \times (3 + 1) + 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

12. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 0$

㉡ $x^2 = 8x$

㉢ $x^2 + 4x = x - 3$

㉣ $(x - 2)^2 = 25$

㉤ $(x + 1)^2 + 4 = x^2$

㉥ $(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉥

해설

㉤ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$

$2x + 5 = 0$: 일차방정식

㉥ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$

$x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

13. 이차방정식 $2(x+5)^2 - 14 = 0$ 의 해가 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2(x+5)^2 - 14 = 0, 2(x+5)^2 = 14, (x+5)^2 = 7$$

$$\therefore x = -5 \pm \sqrt{7}$$

$$A = -5, B = 7$$

$$\therefore A + B = -5 + 7 = 2$$

14. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

① 64

② 81

③ 100

④ 121

⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$$x^2 = 2x + 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$(x - 11)(x + 9) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -9$$

x 는 자연수이므로 11

$$x^2 = 11^2 = 121 \text{ 이다.}$$

15. $\sqrt{180 - 18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\sqrt{180 - 18a} = \sqrt{18(10 - a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10 - a}$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$$a = 8$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$$a = 2$$

$M = 8$, $m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

16. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}$ 의 분모를 유리화하면?

① $\frac{13\sqrt{5}}{11}$

④ $\frac{10-3\sqrt{5}}{11}$

② $\frac{10+3\sqrt{5}}{11}$
⑤ $\frac{11}{10-3\sqrt{5}}$

③ $\frac{10+3\sqrt{5}}{29}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} &= \frac{10+3\sqrt{5}}{(2\sqrt{5})^2-3^2} \\ &= \frac{10+3\sqrt{5}}{20-9} \\ &= \frac{10+3\sqrt{5}}{11}\end{aligned}$$

17. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - px - 3p = 0$ ($p \neq 0$)의 한 근이 $2p$ 일 때, x 의 값을 구하면?

① $x = -2$ 또는 $x = 1$

② $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

③ $x = \frac{4}{3}$ 또는 $x = 4$

④ $x = \frac{3}{4}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -\frac{3}{4}$ 또는 $x = -1$

해설

$x = 2p$ 를 방정식에 대입하면

$$8p^2 - 2p^2 - 3p = 0$$

$$6p^2 - 3p = 0$$

$$3p(2p - 1) = 0$$

$$p = \frac{1}{2} \quad (\because p \neq 0)$$

$$2x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$4x^2 - x - 3 = 0$$

$$(4x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{4} \text{ 또는 } x = 1$$

18. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: $\frac{2}{9}$

해설

$$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$$

$A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.

$\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.

$\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

19. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

▷ 정답: $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

i) $x \geq 3$ 일 때

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x - 2)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 4$$

이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$

ii) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8 \text{ 이므로}$$

$$n = -6, m = 3 \text{ 이다.}$$

$$\therefore m + n = -3$$