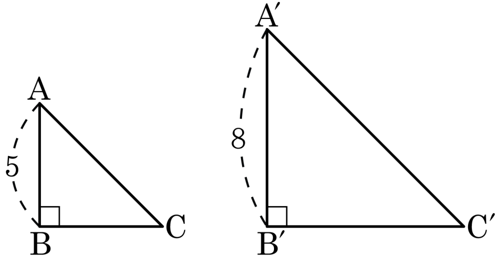
1. 다음 직각이등변 삼각형 $\triangle ABC$, $\triangle A'B'C'$이 닮음일 때, 둘레의 길이의 비는?

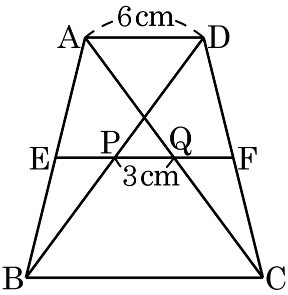


① $1:2$ ② $1:3$ ③ $4:5$ ④ $5:8$ ⑤ $8:5$

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 5:8$이므로 둘레의 길이의 비는 $5:8$이다.

2. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점E 와 F 는 각각 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DC}$ 의 중점이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{PQ} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $8cm$ ② $10cm$ ③ $12cm$ ④ $14cm$ ⑤ $15cm$

해설

$\overline{AE} : \overline{AB} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{EP} = 3\text{cm}$ 이다. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{EQ} = 6\text{cm}$, $6 : x = 1 : 2$이므로 $x = 6 \times 2 = 12$ 이다.

3. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 평행사변형

② 반지름의 길이가 다른 두 원

③ 밑변의 길이가 다른 두 정삼각형

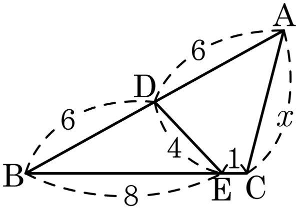
④ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

⑤ 아랫변의 양 끝각의 크기가 서로 같은 두 등변사다리꼴

해설

원은 확대, 축소하면 반지름과 원의 둘레의 길이가 일정한 비율로 변하고,
정삼각형은 세 변의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음 도형이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 둘레는?



① 22 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 34

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$ 에서

$\overline{AB} : \overline{EB} = 12 : 8 = 3 : 2$

$\overline{BC} : \overline{BD} = 9 : 6 = 3 : 2$

$\angle B$는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS닮음)

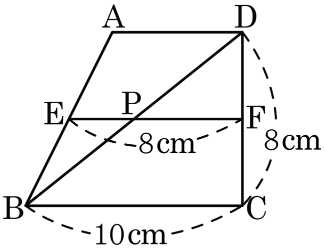
$\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 2$ 이므로 $x : 4 = 3 : 2$

$2x = 12$

$\therefore x = 6$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레는 $12 + 9 + 6 = 27$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 이고 점 F 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC}=10\text{cm}$, $\overline{CD}=8\text{cm}$, $\overline{EF}=8\text{cm}$ 일 때, $\triangle BPE$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② 5cm^2　③ 6cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

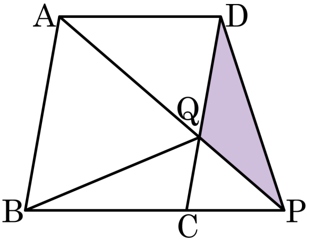
해설

$\overline{PF}:\overline{BC}=1:2$ 이므로 $\overline{PF}=5\text{cm}$,

따라서 $\overline{EP}=3\text{cm}$, $\overline{FC}=4\text{cm}$,

$\therefore\ \triangle BPE=3\times4\times\dfrac{1}{2}=6(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{AP}$ 를 이을 때, $\overline{DC}$ 와의 교점을 Q 라고 하면 $\triangle BCQ = 30\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 이때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하면?



① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\,\mathrm{cm}^2$

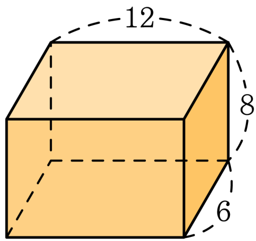
④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면 $\triangle ACP = \triangle DCP$

$\triangle DQP = \triangle ACQ = \triangle BCQ = 30(\,\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 없는 것은?



① 2 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3:4:6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3:4:6 = x:y:4 \Rightarrow 2:\frac{8}{3}:4$

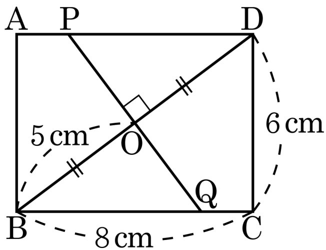
2) $3:4:6 = x:4:y \Rightarrow 3:4:6$

3) $3:4:6 = 4:x:y \Rightarrow 4:\frac{16}{3}:8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\mathrm{cm}$, $\overline{BO} = 5\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{PQ}$ 가 대각선 BD 를 수직이등분할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{15}{3}\,\mathrm{cm}$ ② $\dfrac{25}{3}\,\mathrm{cm}$ ③ $\dfrac{25}{2}\,\mathrm{cm}$

④ $\dfrac{15}{2}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\dfrac{15}{4}\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle$BCD 와 $\triangle$BOQ 에서

$\angle BCD = \angle BOQ$ ($\because$ 직각)

$\angle OBQ$ 는 공통

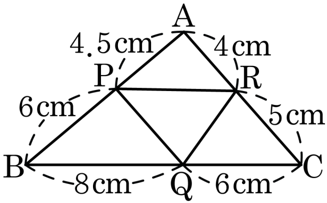
$\therefore$ $\triangle BCD \backsim \triangle BOQ$ (AA 닮음)

$\overline{BC} : \overline{BO} = \overline{CD} : \overline{OQ}$ 이므로 $8 : 5 = 6 : \overline{OQ}$

$\overline{OQ} = \dfrac{15}{4}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ $\overline{PQ} = \dfrac{15}{4} \times 2 = \dfrac{15}{2}(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

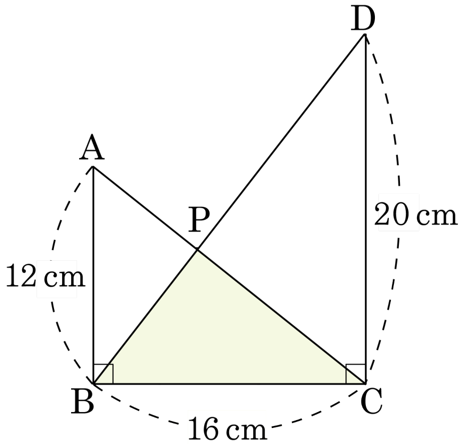
ㄱ $\triangle APR \backsim \triangle ACB$
ㄴ $\overline{PR} // \overline{BC}$
ㄷ $\overline{PQ} // \overline{AC}$
ㄹ $\triangle CRQ \backsim \triangle CAB$
ㅁ $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$

① ㄱ, ㅁ
② ㄴ, ㄹ, ㅁ
③ ㄷ, ㅁ
④ ㄴ, ㄹ
⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

해설

ㄷ $\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ 라면, $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
ㅁ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, $\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$ (SAS 닮음) 이다.

10. 다음 그림에서 $\angle B = \angle C = 90°$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이는?



① $20cm^2$ ② $30cm^2$ ③ $40cm^2$

④ $50cm^2$ ⑤ $60cm^2$

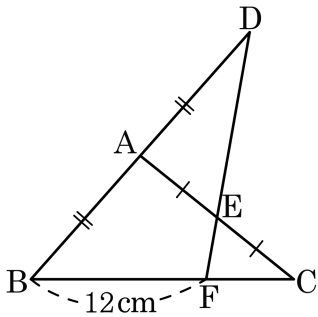
해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AB} // \overline{PH} // \overline{DC}$ 이므로

$$\overline{PH} = \frac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \frac{12 \times 20}{12 + 20} = \frac{15}{2}(cm) \text{ 이다.}$$

$$\therefore\ \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \overline{PH} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times 16 = 60(cm^2)$$

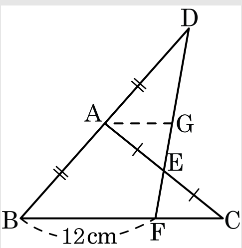
11. 아래 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 를 만족하는 점 D 를 잡고, $\overline{AC}$ 의 중점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 F 라 하자. $\overline{BF} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm
④ $\dfrac{13}{2}$cm ⑤ 7cm

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AG}//\overline{BC}$ 가 되도록 점 G 를 잡으면 $\triangle DBF$ 에서 $\overline{AG} = \dfrac{1}{2}\overline{BF} = 6(\text{cm})$

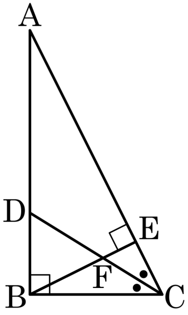


$\triangle AEG$ 와 $\triangle CEF$ 에서 $\angle GAE = \angle FCE$ (엇각), $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\angle AEG = \angle CEF$ (맞꼭지각) 이므로

$\triangle AEG \equiv \triangle CEF$(ASA합동)

$\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 6(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\angle BFD$와 크기가 같은 것은?



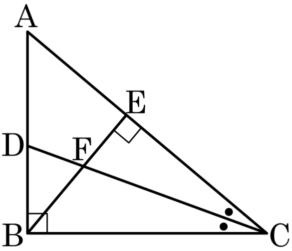
① $\angle ADC$ ② $\angle EBC$ ③ $\angle BAC$

④ $\angle BDC$ ⑤ $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC$

13. 다음 그림에서 $\angle A = 30°$일 때, $\angle BFD$의 크기와 크기가 같은 각은?



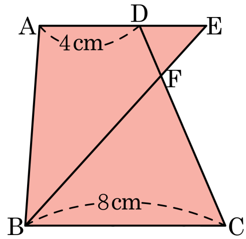
① $55°$, $\angle ADC$　　② $50°$, $\angle EBC$　　③ $65°$, $\angle BAC$

④ $60°$, $\angle BDC$　　⑤ $70°$, $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60°$

14. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}$ cm　② $\frac{13}{5}$ cm　③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm　⑤ $\frac{8}{3}$ cm

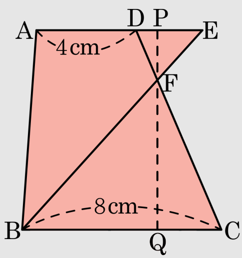
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

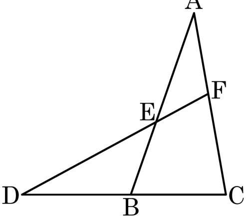


$\triangle$FBC $= 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle$FBC $\backsim$ $\triangle$FED 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}$(cm)

15. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

그림에서와 같이 $\overline{DF}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$

$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$

따라서 $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$

$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7$ $\quad\therefore\ \overline{BD} = 16\,\text{cm}$