

1. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

- ① $2x^2 - 4x + 1 = 0, x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$
- ② $2x^2 - 6x - 5 = 0, x = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$
- ③ $x^2 - 2x - 2 = 0, x = 1 \pm \sqrt{3}$
- ④ $x^2 + 2x - 11 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}}{2}$
- ⑤ $2x^2 - 5x + 1 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$

해설

$$\textcircled{4} x = -1 \pm 2\sqrt{3}$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 해가 $x = \frac{2 \pm \sqrt{k}}{3}$ 일 때, k 의 값은?

- ① 50 ② 40 ③ 30 ④ 20 ⑤ 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore k = 10$$

3. 이차방정식 $0.3x^2 - x = 0.1$ 을 풀면?

① $x = \pm \frac{2}{3}$

② $x = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$

③ $x = \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

④ $x = \frac{5 \pm 3\sqrt{7}}{3}$

⑤ $x = \frac{7 \pm 2\sqrt{7}}{3}$

해설

양변에 10을 곱하면

$$3x^2 - 10x - 1 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+3}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{28}}{3}$$

$$= \frac{5 \pm 2\sqrt{7}}{3}$$

6. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

① $x=4$ (중근)

② $x=6$ (중근)

③ $x=8$ (중근)

④ $x=2$ 또는 $x=8$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ (중근)}$$

7. 이차방정식 $x^2 + 12x + 2k + 16 = 0$ 이 하나의 근만 갖기 위한 k 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \frac{D}{4} &= 6^2 - (2k + 16) = 0 \\ 36 - 16 &= 2k \\ \therefore k &= 10 \end{aligned}$$

8. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 15 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 를 구하여라.
(단, $\alpha > \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{6}$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ 이다.

곱셈공식에서

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (-2)^2 - 4 \times (-5) = 24$ 이다.

$\alpha > \beta$ 이므로 $\alpha - \beta$ 은 양수이므로 $\alpha - \beta = 2\sqrt{6}$

9. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값은?

- ① 6 ② -6 ③ 7 ④ -8 ⑤ -7

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$2 \times (-4) = A$$

$$\therefore A = -8$$

10. 이차방정식 $x^2 + Ax - 21 = 0$ 의 근이 $x = -7$ 또는 $x = 3$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $-A = -7 + 3 = -4$

$\therefore A = 4$

11. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

근과 계수의 관계에 의하여
두 근의 곱은 $\frac{2}{2} = 1$ 이다.

12. 이차방정식 $5x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta - \alpha\beta$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = \frac{2}{5}, \alpha\beta = -\frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = 1$$

13. 계수가 유리수인 이차방정식, $x^2 - 6x + a = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

다른 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로
두 근의 곱 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = a$
 $\therefore a = 7$

14. 두 수 3, -4 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 3, -4 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

15. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 5

해설

연속한 두 홀수를 $x, x+2$ 라고 하면

$$(x+2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

16. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

17. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

18. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$ ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$ ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{5}(x-2)^2 &= 0.5x^2 - 0.4(x+1) \\ \text{각 항에 10 을 곱하고 정리하면} \\ 2x^2 - 8x + 8 &= 5x^2 - 4x - 4 \\ 3x^2 + 4x - 12 &= 0 \\ \therefore x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3} \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$ ⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

20. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x+y=7$

▷ 정답: $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

21. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2 + 12x + 36 = 0$

② $x^2 = 10x - 25$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3)$

④ $(x + 1)(x - 1) = 2x - 2$

⑤ $x^2 = 4x - 4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이 되어야 한다.

① $(x + 6)^2 = 0$

② $(x - 5)^2 = 0$

③ $9 - x^2 = 4(x + 3) \leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$

④ $x^2 - 1 = 2x - 2 \leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 0$

22. 이차방정식 $3x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 $x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -13 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\text{두 근의 합 } -\frac{p}{3} = \frac{7}{3}, p = -7$$

$$\text{두 근의 곱 } \frac{q}{3} = -2, q = -6$$

$$\therefore p + q = -13$$

23. 이차방정식 $3x^2 + \sqrt{3}x - 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $3\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right)$ 의 값은?

- ① -10 ② $-\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{7}{5}$ ④ $-\frac{31}{5}$ ⑤ $-\frac{33}{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \alpha\beta = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore 3\left(\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}\right) = 3\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta}\right)$$

$$= 3\left\{\frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}\right\}$$

$$= 3\left\{\frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{5}{3}\right)}{-\frac{5}{3}}\right\}$$

$$= -\frac{33}{5}$$

24. $2 + \sqrt{3}$ 이 $x^2 + ax + 1 = 0$ 의 근 중의 한 개일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이므로
근과 계수와의 관계에서
 $-a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore a = -4$

25. 이차방정식 $x^2 + bx + a + 1 = 0$ 의 근이 $-4, -1$ 일 때, $ax^2 - bx - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 근이 $-4, -1$ 이므로

$$(x+4)(x+1) = 0$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$a = 3, b = 5$$

$3x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{2}{3}$$

26. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 27 개인 다각형의 변의 수는?

- ① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 27$ 이므로
 $n(n-3) = 54$
 $n^2 - 3n - 54 = 0$
 $(n-9)(n+6) = 0$
 $\therefore n = 9$ 또는 $n = -6$
 $n > 0$ 이므로 9각형
따라서 변의 수는 9개이다.

27. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 54개인 다각형의 변의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \text{ 이므로}$$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$\therefore n = 12 \text{ 또는 } n = -9$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } 12 \text{ 각형}$$

따라서 변의 수는 12개이다.

29. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

- ① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (쪽)}$$

30. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

31. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

- ① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5 초 후의 높이는 150m이다.

32. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: 30m

▷ 정답: 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면
 $h = -45 + 45 + 30 = 30$
따라서 발사 후 3 초 후의 높이는 30m이다.

33. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4$ (cm) 이다.

34. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

35. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, a 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -7

▷ 정답: -5

▷ 정답: 5

▷ 정답: 7

해설

곱이 6 인 두 정수는

$$6 = 2 \times 3 = 1 \times 6 = (-2) \times (-3) = (-1) \times (-6)$$

(2, 3), (-2, -3), (1, 6), (-1, -6)

이므로 두 수의 합은

$a = 5$ 또는 $a = -5$ 또는 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이다.

36. $(x-y)(x-y-2)-8=0$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: -2

해설

$(x-y)(x-y-2)-8=0$,
 $x-y=A$ 로 치환하면
 $A(A-2)-8=0$,
 $A^2-2A-8=0$,
 $(A-4)(A+2)=0$,
 $A=4$ 또는 $A=-2$,
따라서 $x-y=4$ 또는 $x-y=-2$ 이다.

37. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -2$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ &= \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{2^2 + 4}{-2} = -4\end{aligned}$$

38. 이차방정식 $x^2 + ax + b + 3 = 0$ 의 한 근이 $x = 2 + \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

- ① 8 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -8

해설

한 근이 $2 + \sqrt{5}$ 이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{5}$ 이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $-a = (2 + \sqrt{5}) + (2 - \sqrt{5}) = 4$
 $\therefore a = -4$
두 근의 곱은 $b + 3 = (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) = -1$
 $\therefore b = -4$
 $\therefore a - b = (-4) - (-4) = 0$

39. 이차방정식 $x^2 + 2kx + 4k + 4 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 정수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 근을 $2\alpha, 3\alpha$ 라 하면,

$$2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = -2k \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = 4k + 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{을 정리하면 } \alpha = -\frac{2}{5}k$$

$$\text{이것을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } 6 \times \left(-\frac{2}{5}k\right)^2 = 4k + 4$$

$$\frac{24}{25}k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$6k^2 - 25k - 25 = 0$$

$$(6k + 5)(k - 5) = 0$$

$$\therefore k = 5 \quad (\because k \text{ 는 정수})$$

40. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서, 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$

41. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이가 $(20 + 40x - 5x^2)$ m 이다. 이 물체의 높이가 두 번째로 80m 가 되는 것은 물체를 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 6 초

해설

$20 + 40x - 5x^2 = 80$ 이므로
 $5x^2 - 40x + 60 = 0$
 $x^2 - 8x + 12 = 0$
 $(x - 2)(x - 6) = 0$
따라서 $x = 2, 6$ 이다.
두 번째로 80m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 6 초 후이다.

42. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초
④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

43. 가로와 세로의 비가 3 : 2 인 직사각형에서 가로, 세로의 길이를 똑같이 3cm 씩 늘였더니 넓이가 2 배가 되었다. 처음 주어진 직사각형의 가로의 길이는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$$2(3x+3) = (3x+3)(2x+3) \rightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\rightarrow (x-3)(2x+1) = 0 \rightarrow x = 3, -\frac{1}{2}$$

$x = 3$ 이므로 가로의 길이는 $3x = 9$ 이다.

44. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x^2 - 6x = -a + 1$, $x^2 - 6x + 9 = -a + 10$, $(x - 3)^2 = -a + 10$
 $x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}$, $x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$
두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로
 $10 - a = 9, 4, 1$ 에서 $a = 1, 6, 9$
따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

45. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라고 할 때, $m^2 - n^2$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{5}$

해설

$$m + n = 3, mn = 1$$

$$m - n = \sqrt{(m+n)^2 - 4mn} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

$$m^2 - n^2 = (m+n)(m-n) = 3\sqrt{5}$$

46. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

47. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

이차항의 계수가 2 이므로 $2x^2 + 2x - 8 = 0$

48. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

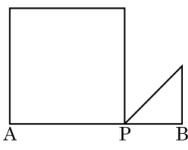
$$n(n-1) = 56$$

$$n^2 - n - 56 = 0$$

$$(n+7)(n-8) = 0$$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

49. 길이가 6 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 하면
 (정사각형의 넓이) $= x^2$
 (직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$
 $x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$
 $\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$
 $3x^2 - 12x = 0$
 $3x(x-4) = 0$
 선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

