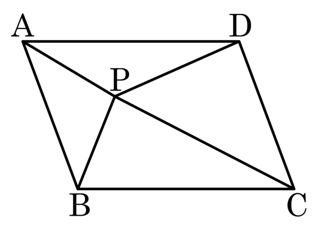
1. 다음은 (가) 사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결했을 때 생기는 사각형이 (나) 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 가 : 등변사다리꼴 → 나 : 직사각형
② 가 : 평행사변형 → 나 : 평행사변형
③ 가 : 직사각형 → 나 : 마름모
④ 가 : 정사각형 → 나 : 정사각형
⑤ 가 : 마름모 → 나 : 직사각형

해설

① 등변사다리꼴의 중점 연결 → 마름모

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P 를 잡았다. $\triangle PAD = 24cm^2$,$\triangle PAB = 18cm^2$, $\triangle PBC = 45cm^2$ 일 때, $\triangle PCD$ 의 넓이= $\boxed{}$ cm^2 이다. 빈 칸을 채워넣어라.



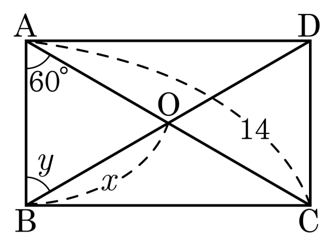
▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
$\triangle PAD = 24cm^2$, $\triangle PAB = 18cm^2$, $\triangle PBC = 45cm^2$ 이므로
$24 + 45 = \triangle PCD + 18$ 이다.
$\therefore\ \triangle PCD = 51(cm^2)$

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $x+y$ 의 값을 구하여라. (단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로를 이등분하므로 $x = 14 \div 2 = 7$ 이고, $\triangle$OAB 는 이등변 삼각형이므로 $y = 60$ 이다. 따라서 $x + y = 7 + 60 = 67$ 이다.

4. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

② 한 내각이 직각이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

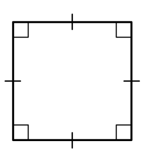
④ 두 대각선의 길이가 같다.

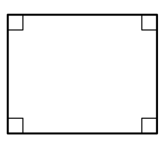
⑤ 두 대각의 크기가 같다.

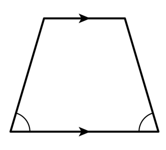
해설

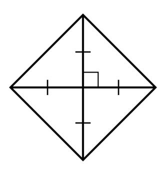
평행사변형에서 한 내각이 직각이고, 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

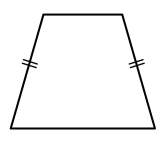
5. 다음 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

①


②


③


④


⑤


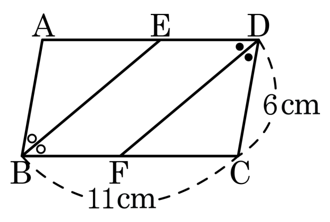
해설
등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
⑤ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.

6. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은?

① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 가 각각 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{DC} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 11\,cm$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이는?

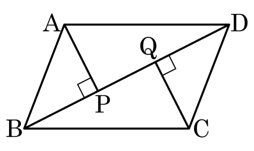


① 3.5cm ② 4cm ③ 4.5cm
④ 5cm ⑤ 5.5cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$(엇각)
$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 6(\,cm)$
$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 11 - 6 = 5(\,cm)$

8. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$

② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$

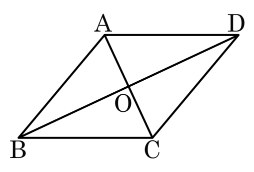
④ $\overline{AP} \mathbin{/\!/} \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90^\circ$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$①
또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \mathbin{/\!/} \overline{CQ} \cdots\cdots$②
①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되는 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면? (2 개)



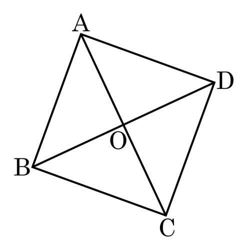
① $\overline{AC} = \overline{BD}$
② $\overline{AB} = \overline{AD}$
③ $\angle BCD = \angle CDA$
④ $\angle ABD = \angle DBC$
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① 직사각형의 성질

③ $\angle BCD = \angle CDA = \dfrac{180°}{2} = 90°$ 이므로 직사각형이 된다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

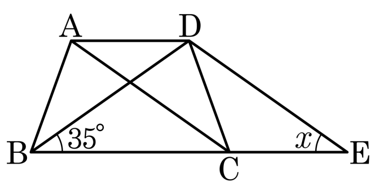


① 직사각형
② 평행사변형
③ 마름모
④ 정사각형
⑤ 사다리꼴

해설

한 내각의 크기가 $90°$ 인 평행사변형은 직사각형이고 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
∴ □ABCD 는 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기도 같으므로 정사각형이다.

11. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

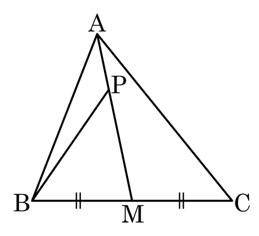
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

12. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PM}$ $=$ 1 : 2이다. $\triangle ABC = 60\mathrm{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 20 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

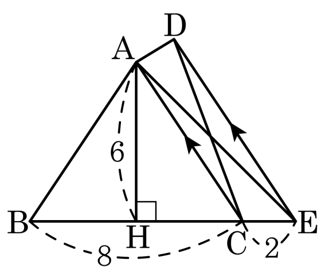
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM = 30\mathrm{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1 : 2$이므로

$\triangle PBM = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

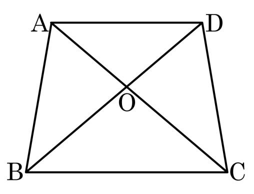
해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle ACD = \triangle ACE$이다.

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$

$\therefore \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 6 \times (8+2) = 30$

14. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54\,cm^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



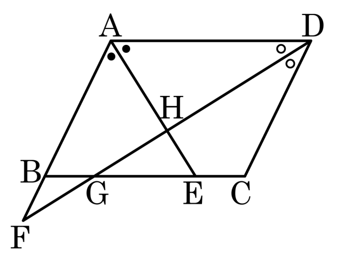
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $96\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $3 : 4$
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72\,cm^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 3 : 4$
따라서 $\triangle BOC = 96\,cm^2$

15. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 64°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 238 °

해설

$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 64° = 116°$

$\angle AEC = 180° - \frac{1}{2}\angle A$

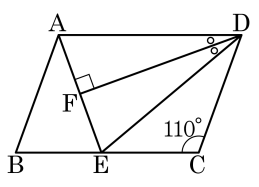
$= 180° - \frac{1}{2} \times 116°$

$= 180° - 58° = 122°$

$\angle C = \angle A = 116°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 122° + 116° = 238°$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad}°$

▷ 정답: $30°$

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$이다.

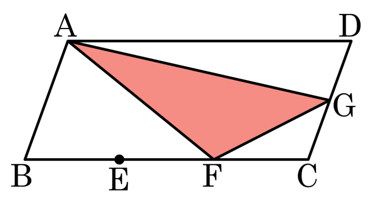
17. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 직교한다.
③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2 이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$　② $40\,\text{cm}^2$　③ $60\,\text{cm}^2$　④ $80\,\text{cm}^2$　⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

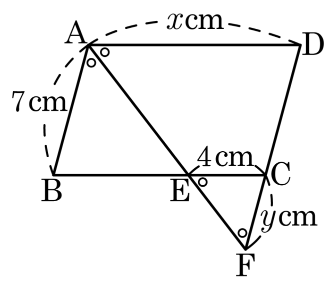
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 이고 $\overline{AF}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이라고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



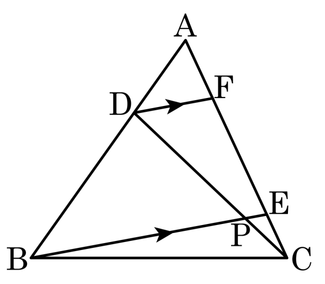
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\angle DAE = \angle AEB$(엇각) 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore$ $\overline{BE} = 7$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x = 7 + 4 = 11(\text{cm})$
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로 $y = 4\text{cm}$
따라서 $x + y = 11 + 4 = 15(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DB}}$, $\overline{\mathrm{CE}} = \frac{1}{5}\overline{\mathrm{AC}}$이고, $\overline{\mathrm{BE}}$와 $\overline{\mathrm{CD}}$의 교점이 P이다. $\frac{\triangle\mathrm{DBP}}{\triangle\mathrm{CBP}}$의 값을 a라고 할 때, $6a$의 값을 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{DF}}//\overline{\mathrm{BE}}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$에서 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = 1 : 2$이므로 $\overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{FE}} = 1 : 2$

$\triangle\mathrm{CDF}$에서 $\overline{\mathrm{CE}} : \overline{\mathrm{EF}} = \frac{1}{5}\overline{\mathrm{AC}} : \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}\overline{\mathrm{AC}} = 3 : 8$

$\triangle\mathrm{DBC}$에서 $\triangle\mathrm{CBP} : \triangle\mathrm{DBP} = \overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}}$이고

$\triangle\mathrm{CDF}$에서 $\overline{\mathrm{CE}} : \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 8$이다.

$\frac{\triangle\mathrm{DBP}}{\triangle\mathrm{CBP}} = \frac{8}{3} = a \quad \therefore\ 6a = 16$이다.