

1. 이차방정식 $x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, k 값과 다른 한 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + kx + 4k - 2 = 0$ 의 한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$9 + 3k + 4k - 2 = 0 ,$$

$$7k = -7 , k = -1 ,$$

$$x^2 - x - 6 = 0 ,$$

$$(x + 2)(x - 3) = 0 ,$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore (-1) + (-2) = -3$$

2. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$18 + 18 - a = 0$$

$$\therefore a = 36$$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x + 12)(x - 3) = 0$$

$$2(x + 6)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } x = 3$$

3. 이차방정식 $x^2 + kx + 2k - 6 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, k 값과 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = \frac{1}{2}$, 다른 한 근 : $-\frac{5}{2}$

해설

$x^2 + kx + 2k - 6 = 0$ 의 한 근이 2 이므로 $x = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$4 + 2k + 2k - 6 = 0$$

$$4k = 2$$

$$k = \frac{1}{2}, x^2 + \frac{1}{2}x - 5 = 0$$

$$2x^2 + x - 10 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

4. 이차방정식 $x^2 + (a - 1)x - a = 0$ 의 한 근이 12 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

한 근이 12 이므로 주어진 식에 x 대신 12 를 대입하면

$$12^2 + (a - 1) \times 12 - a = 0$$

$$132 + 11a = 0$$

$$\therefore a = -12$$

5. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?

① $\frac{3}{2}$

② $\sqrt{\frac{3}{2}}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

④ 1.6

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

② $\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1.5} < \sqrt{2}$

④ $\sqrt{(1.6)^2} = \sqrt{2.56} < \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{2\frac{7}{9}} < \sqrt{3}$

6. 다음 수 중에서 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3} + 0.1$ ② $\sqrt{3} + 0.01$ ③ $\sqrt{5} - 0.01$
④ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5} - \sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{(1.7)^2} = \sqrt{1.89} < \sqrt{3} < \sqrt{3.24} = \sqrt{(1.8)^2}$$

$$\therefore 1.7 < \sqrt{3} < 1.8 \dots \text{㉠}$$

$$\sqrt{(2.2)^2} = \sqrt{4.84} < \sqrt{5} < \sqrt{5.29} = \sqrt{(2.3)^2}$$

$$\therefore 2.2 < \sqrt{5} < 2.3 \dots \text{㉢}$$

$$\text{㉠, ㉢ 에서 } 0.4 < \sqrt{5} - \sqrt{3} < 0.6 \dots \text{㉡}$$

따라서 ①, ②, ③은 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수이다.

$$\text{④ } \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2} \text{ 는 } \sqrt{3} \text{ 과 } \sqrt{5} \text{ 의 중점이므로 두 수 사이에 있다.}$$

$$\text{⑤ } 0.2 < \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} < 0.3 \text{ (} \because \text{㉡)} \text{ 이므로 } \sqrt{3}, \sqrt{5} \text{ 사이에 있는 수가 아니다.}$$

7. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3} + 2$

② $2\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{2}$

④ 4

⑤ $\sqrt{7} - 3$

해설

$$1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 3 < \sqrt{3} + 2 < 4$$

8. 다음 중 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이의 수가 아닌 것은?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$

② $\sqrt{3}$

③ $\sqrt{2} - 0.1$

④ $\sqrt{5} - 0.01$

⑤ 2

해설

$\sqrt{2} - 0.1$ 은 $\sqrt{2}$ 보다 작은 수이다.

9. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{3} + 3$

③ 1.7

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 4의 가운데 수이다.

10. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ 일 때, 이를 이용하여 $\sqrt{27}$ 의 값을 바르게 구한 것은?

- ① 1.732 ② 3.464 ③ 5.196 ④ 17.32 ⑤ 34.64

해설

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3} = 3 \times 1.732 = 5.196$$

11. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{0.3} = 0.1a$ ② $\sqrt{0.03} = 0.1b$ ③ $\sqrt{300} = 10a$
④ $\sqrt{30000} = 10b$ ⑤ $\sqrt{0.27} = 0.3a$

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = 0.1b$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{0.03} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1a$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{30000} = \sqrt{3 \times 10000} = 100\sqrt{3} = 100a$$

12. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$

② $\sqrt{3} - 0.1$

③ $\sqrt{2} + 0.2$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$

② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$

③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

13. $(x+y)(x+y+2)-3$ 을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(x+y-3)$

② $(x+y-1)(x+y-3)$

③ $(x+y-1)(x+y+3)$

④ $(x+y+1)(x+y+3)$

⑤ $(x+y-1)(x+y-2)$

해설

$x+y=A$ 라고 놓으면,

$$A(A+2)-3=A^2+2A-3$$

$$=(A-1)(A+3)$$

$$=(x+y-1)(x+y+3)$$

14. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

① -10 ② 3 ③ 10 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

15. 다항식 $(x-y)(x-y+5)-6$ 을 인수분해하면?

① $(x-y-1)(x+y+6)$

② $(x-y+1)(x-y-6)$

③ $(x+y+2)(x-y-3)$

④ $(x-y-2)(x+y+3)$

⑤ $(x-y-1)(x-y+6)$

해설

$x-y=t$ 라고 할 때,

$$t(t+5)-6=t^2+5t-6$$

$$=(t-1)(t+6)$$

$$=(x-y-1)(x-y+6)$$

16. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

- ① $2x+2y-3z$ ② $2x-2y-3z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+3y-2z$ ⑤ $2x+2y+3z$

해설

$(x+y)=A$ 라 하면

$$A(A-3z)-4z^2=A^2-3Az-4z^2$$

$$=(A-4z)(A+z)$$

$$=(x+y-4z)(x+y+z)$$

$$\therefore (x+y-4z)+(x+y+z)=2x+2y-3z$$

17. 다음 이차방정식 중 해가 유리수가 아닌 것은?

① $(x-3)^2 = 0$

② $x^2 - 4 = 0$

③ $x^2 + 6x + 9 = 0$

④ $(2x-1)^2 = 16$

⑤ $(x+6)(x-6) = 9$

해설

① $x = 3$

② $x = \pm 2$

③ $x = -3$

④ $x = \frac{5}{2}, -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \pm 3\sqrt{5}$

18. 이차방정식 $\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -12

② -9

③ 3

④ 9

⑤ 12

해설

$$\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$$

$$4x^2 - 12x = -3$$

$$(2x - 3)^2 = -3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 6$$

$$2x - 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$2x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

19. 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀었을 때, 유리수 해를 가지는 a 의 값을 모두 구하여라.(단, $a \geq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x = -a$ 이고 완전제곱식이 되도록 양변에 4 를 더하면
 $x^2 - 4x + 4 = -a + 4, (x - 2)^2 = -a + 4, x - 2 = \pm \sqrt{4 - a}, x = 2 \pm \sqrt{4 - a}$
유리수 해를 가져야 하므로 $4 - a$ 가 4, 1, 0 이어야 한다.
따라서 $4 - a = 0$ 일 때, $a = 4$ 이고, $4 - a = 1$ 일 때, $a = 3$ 이다.
또한, $4 - a = 4$ 일 때, $a = 0$ 이다.

20. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -1$$

$$3(x - 1)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

21. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$
 $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 21 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots$
 $21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756$
 $\therefore 756 - 189 = 567$

22. a 가 120과 210 사이의 수일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}}$ 가 정수가 되도록 하는 a 를 모두

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 147

▷ 정답 : 192

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{3}} = b$ (b 는 정수) 이므로 $a = 3b^2$ 의 꼴이면 된다.

$$120 < 3b^2 < 210$$

$$40 < b^2 < 70$$

$$b = 7, 8$$

$$\therefore a = 3 \times 7 \times 7 = 147 \text{ 또는 } a = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

23. $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 825

해설

$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$
 $\sqrt{135 \times a}$ 가 자연수가 되려면
 $a = 15 \times (\text{제곱수})$ 이어야 한다.
 $15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$
 $15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$
 $\therefore 960 - 135 = 825$

24. $5 < n < 25$ 일 때, $\sqrt{60n}$ 이 정수가 되는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 15$

해설

$$\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$$

$$n = 3 \times 5 \times k^2 \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때, } n = 3 \times 5, n = 3 \times 5 \times 2^2 = 60$$

그런데 $5 < n < 25$ 이므로 $n = 15$ 이다.

25. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} &= \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} \\ &= 8 = 4\sqrt{4} \\ 4\sqrt{x} &= 4\sqrt{4} \text{ 이므로 } x = 4\end{aligned}$$

26. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

- ① $\sqrt{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ 2
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

27. 다음을 만족하는 양수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{5c}{a-b}}$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}2\sqrt{8} &= \sqrt{a} \\ \sqrt{98} &= b\sqrt{2} \\ \sqrt{1800} &= c\sqrt{2}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}2\sqrt{8} &= \sqrt{32} = \sqrt{a} \\ \sqrt{98} &= 7\sqrt{2} = b\sqrt{2} \\ \sqrt{1800} &= 30\sqrt{2} = c\sqrt{2} \\ \text{이므로 } a &= 32, b = 7, c = 30 \text{ 이다.} \\ \therefore \sqrt{\frac{5c}{a-b}} &= \sqrt{\frac{5 \times 30}{32-7}} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

28. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14=18$$

$$\therefore x=4$$

$$\therefore \sqrt{x}=2$$

29. 임의의 실수 a, b 에 대하여 $\star$ 를 $a \star b = ab - a - b - 3$ 이라 할 때,

$\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5}$ 의 값은?

① 0

② $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$

③ $-\frac{8\sqrt{5}}{5}$

④ $3 - \frac{3\sqrt{5}}{5}$

⑤ $3 - \frac{8\sqrt{5}}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{5} \star \frac{3\sqrt{5}}{5} &= \sqrt{5} \times \frac{3\sqrt{5}}{5} - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= 3 - \sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} - 3 \\ &= -\frac{8}{5}\sqrt{5}\end{aligned}$$

30. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$

의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{40} - 1$
- ② $\sqrt{40} + 1$
- ③ $\sqrt{41} - 1$
- ④ $\sqrt{41} + 1$
- ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(39) &= \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40} \\ f(40) &= \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41} \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40) \\ &= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

31. $a = -\sqrt{2}$, $b = \sqrt{3}$ 일 때, $a^3 - a + b^3 - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

해설

$$a^3 - a + b^3 - b = -2\sqrt{2} - (-\sqrt{2}) + 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = -\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

32. $a = -\sqrt{3}$, $b = \sqrt{2}$ 일 때, $a^3 + a + b^3 + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a + b^3 + b &= (-\sqrt{3})^3 + (-\sqrt{3}) + (\sqrt{2})^3 + (\sqrt{2}) = -3\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = -4\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \end{aligned}$$