

1. 세 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$
- ② $a > b$ 이면 $a - c < b - c$
- ③ $a < b < 0$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
- ④ $ac > bc$ 이면 $a > b, c > 0$
- ⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \leqq ab + bc + ca$

해설

- ① $a > 0 > b$ 인 경우에서 $|b| > |a|$ 라면 제곱 값에 대해서는 $b^2 > a^2$ 의 결과가 나온다.
- ② 부등식의 기본 성질로 양변에 같은 수를 빼서는 부호가 바뀌지 않는다.
- ④ $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$ 일 수는 있으나 보기 ④번 같은 경우에는 $ac > bc$ 이면 $a < b, c < 0$ 인 경우도 있기 때문에 성립하지 않는다.
- ⑤ 주어진 식의 양변에 2를 곱하고 좌변으로 몰아 정리하면
$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca \leqq 0$$
$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) \leqq 0$$
$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \leq 0$$
위와 같이 되므로 세 실수 사이의 관계가
$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
을 성립하지 않으면 성립하지 않는 보기이다.

2. 두 실수 a , b 에 대하여 부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$ 의 해는?

- ① $x > 0$ ② $x > 1$ ③ $x > 2$ ④ $x > 3$ ⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < -2$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로 $a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$ 에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$$

$$-2ax > -6a$$

$a < 0$ 에서 $-2a > 0$ 이므로

$$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$$

3. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 5x + 3 < 18 \\ -3x + 2 < 0 \end{cases}$$
 을 풀면 $\begin{cases} x < 3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}$ 이다.

따라서 $\frac{2}{3} < x < 3$ 을 만족하지 않는 것은 $\frac{1}{3}, 3$ 이다.

4. 부등식 $-1 < -2x + 1 < 3$ 의 해는?

① $-2 < x < 2$

② $-2 < x < -1$

③ $-1 < x < 1$

④ $-1 < x < 2$

⑤ $1 < x < 2$

해설

$$-1 < -2x + 1 < 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 < -2x + 1 \\ -2x + 1 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x < 1$$

5. 다음 연립부등식 중 해가 존재하는 경우를 모두 골라라.

㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$

㉤ $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$

▶ 답 :

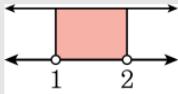
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

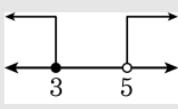
▷ 정답 : ㉣

해설

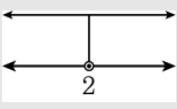
㉠ $\begin{cases} x > 1 \\ x < 2 \end{cases}$



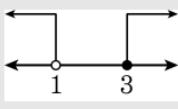
㉡ $\begin{cases} x > 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$



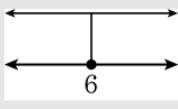
㉢ $\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$



㉣ $\begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases}$



㉤ $\begin{cases} x \leq 6 \\ x \geq 6 \end{cases}$



6. 실수 a 는 $0 < a < \frac{1}{2}$ 을 만족할 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하시오.

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{a}$ ④ $\frac{1}{1-a}$ ⑤ $\frac{a}{1+a}$

해설

주어진 a 값의 범위를 이용하여 보기식의 값의 범위를 알아낸다.

③ $\frac{1}{\frac{1}{2}} < \frac{1}{a} < \frac{1}{0}, \quad 2 < \frac{1}{a}$

④ $-\frac{1}{2} < -a < 0, \quad \frac{1}{2} < 1-a < 1$

$$1 < \frac{1}{1-a} < 2$$

⑤(주어진 식) $= \frac{1+a-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a}$ 에서

$$1 < 1+a < \frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3} < \frac{1}{1+a} < 1$$

$$0 < 1 - \frac{1}{1+a} < \frac{1}{3}$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-6 < x \leq -1$

해설

$$\begin{cases} 2x + 3 > -3 + x \\ 5x + 1 \leq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore -6 < x \leq -1$$

8. $5x + 2 > 2x + 8$, $7 > 2x - 3$ 을 모두 만족하는 x 의 값은?

- ① $2 < x < 5$ ② $3 < x < 5$ ③ $x > 2$
④ $x < 5$ ⑤ 없다.

해설

$$3x > 6 \rightarrow x > 2$$

$$10 > 2x \rightarrow 5 > x$$

따라서 $2 < x < 5$ 이다.

9. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 > 15(x - 4) \end{cases}$$

- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

i) $3(4x - 3) > 2(x + 3)$

$$\Rightarrow 12x - 9 > 2x + 6$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $5(x + 9) - 5 > 15(x - 4)$

$$\Rightarrow x + 9 - 1 > 3x - 12$$

$$\Rightarrow x < 10$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 10$$

$$a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ } \circ] \text{므로 } b - a = 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2}$$

10. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$ 를 만족하는 모든 정수 x 의 합은?

① 6

② 3

③ 1

④ 0

⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$3x + 12 > 5x, \quad x < 6$$

ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$$8x - 6 < 9x, \quad x > -6$$

$\therefore -6 < x < 6$ 만족하는 정수는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 이고 이들의 합은 0 이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 > -x + 9 \\ 5x < 4x + a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $3 < a \leq 4$ ② $3 < a < 4$ ③ $4 \leq a < 5$
④ $4 < a \leq 5$ ⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x - 3 > -x + 9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x + a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 < 3x + 2 \\ \frac{x - 5}{4} < -\frac{x + 1}{2} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $2x + 5 < 3x + 2, x > 3$

(ii) $\frac{x - 5}{4} < -\frac{x + 1}{2}, x < 1$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 1 - 3x \geq -5 \\ 4x - a > 2(x - 2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a \geq 8$ ② $a < 4$ ③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$
④ $4 \leq a < 8$ ⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$1 - 3x \geq -5, \quad 2 \geq x$$

$$4x - a > 2(x - 2), \quad x > \frac{a - 4}{2}$$

해가 없으므로 $\frac{a - 4}{2} \geq 2, \quad a \geq 8$

14. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases}$$

의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x, \quad x < a, \quad 3(x - 2) \geq 2x - 1, \quad x \geq 5$, 해가 없으려면
 $a \leq 5$

15. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x - 1, x, x + 1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x - 1) + x + (x + 1) < 20 & \cdots \textcircled{\text{Q}} \\ (x - 1) + x \leq 3(x + 1) - 10 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{Q}} \text{ 에서 } 10 \leq 3x < 20, \quad \therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$$

$$\textcircled{\text{L}} \text{ 에서 } 2x - 1 \leq 3x - 7, \quad -x \leq -6 \quad \therefore x \geq 6$$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6이고, 세 자연수는

5, 6, 7이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7이다.

16. 다음 중 옳은 것으로 짹지어진 것은?

(가) $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

(나) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 이면 $a > b$

(다) $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} > 0$ 이면 $ad > bc$

(라) $a > b > 0 > c > d$ 이면 $ad < bc$

- ① (가), (나) ② (나), (라) ③ (다), (라) ④ (나), (다) ⑤ (가), (다)

해설

(가) (반례) $a = 1, b = -2$ 일 때 성립하지 않음.

(나) 항상 성립함 ($a > 0, b \geq 0$)

(다) (반례) $a = -2, b = -1, c = 1, d = 1$ 일 때
성립하지 않음.

또는 $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} > 0$ 에서

$bd > 0$ 일 때, $ad - bc > 0 \quad \therefore ad > bc$

$bd < 0$ 일 때, $ad - bc < 0 \quad \therefore ad < bc$

\therefore 성립하지 않음.

(라) $ad < 0, bc < 0$ 이므로 $|ad| > |bc|$ 에서 $ad < bc$

17. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $a > b$ 이면 $a - c > b - c$
- ㉡ $a > b, c < 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- ㉢ $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠. $a - c > b - c$ 에서

양변에 c 를 더하면 $a > b$ (참)

㉡. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{1}{c}(a - b) < 0$

$\Leftrightarrow c < 0$ 그리고 $a > b$ 또는

$c > 0$ 그리고 $a < b$ (참)

㉢. 양수일 때 문자가 클수록,

문자가 작을수록 값이 크다. (참)

18. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12 를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

19. $0 \leq x + 2y \leq 1$, $0 \leq -x + y \leq 1$ 일 때 $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 0

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}0 &\leq x + 2y \leq 1 \\+) 0 &\leq -x + y \leq 1 \\[1ex]0 &\leq 3y \leq 2 \cdots \textcircled{1} \\0 &\leq x + 2y \leq 1 \\-) 0 &\leq -2x + 2y \leq 2\end{aligned}$$

$$-2 \leq 3x \leq 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \cdots \textcircled{2}$$

① + ② × 2 하면

$$\begin{aligned}0 &\leq 3y \leq 2 \\+) -\frac{4}{3} \leq 2x \leq \frac{2}{3} \\[1ex]\therefore -\frac{4}{3} &\leq 3y + 2x \leq \frac{8}{3} \\&\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4\end{aligned}$$

20. $(a+b)x + (2a - 3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a - 3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b - 2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b - 2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a=2b, \quad a+b=3b>0 \rightarrow b>0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

21. x 에 대한 부등식 $ax + b < 0$ 의 해가 $x > -1$ 일 때, 부등식 $(a+b)x + 3a - b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x > -1$

② $x < -1$

③ $x > -3$

④ $x < -3$

⑤ $x < 5$

해설

$$ax + b < 0$$

$$ax < -b$$

해가 $x > -1$ 이므로 $a < 0$

$$x > -\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = -1 \Rightarrow a = b$$

$$(a+b)x + 3a - b > 0$$

$$2ax + 2a > 0$$

$$2ax > -2a$$

$$x < -1 \quad (\because a < 0)$$

22. 다음 연립부등식의 해가 될 수 있는 값을 고르면?

$$\begin{cases} 3(x+1) \geq x+5 \\ 0.3x > 0.2(x+2) \end{cases}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x + 3 \geq x + 5$$

$$3x - x \geq 5 - 3$$

$$2x \geq 2$$

$$x \geq 1$$

$$3x > 2(x+2)$$

$$3x > 2x + 4$$

$$3x - 2x > 4$$

$$x > 4$$

공통부분은 $x > 4$

23. 연립부등식 $\frac{2x+1}{3} \geq 1 - \frac{2-x}{2} \geq x-1$ 을 만족하는 정수 중 가장 큰 정수를 M , 가장 작은 정수를 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{3} \geq 1 - \frac{2-x}{2} & \cdots \textcircled{\text{D}} \\ 1 - \frac{2-x}{2} \geq x-1 & \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases}$$

$$2(2x+1) \geq 6 - 3(2-x), \quad 4x+2 \geq 6 - 6 + 3x,$$

$$x \geq -2$$

$$2 - (2-x) \geq 2(x-1), \quad 2 - 2 + x \geq 2x - 2,$$

$$x \leq 2$$

①, ②에서 공통된 범위의 해를 구하면

$-2 \leq x \leq 2$ 이다. 따라서 $M = 2$, $m = -2$ 이므로

$$M - m = 2 - (-2) = 4$$
 이다.

24. 부등식 $\frac{x-a}{2} < 0.9x - 1.3 < 2.3$ 을 만족하는 정수가 4 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

① 3

② 2

③ 1

④ -1

⑤ -2

해설

$$0.9x - 1.3 < 2.3, x < 4$$

만족하는 정수는 3, 2, 1, 0 이다.

$$\frac{x-a}{2} < 0.9x - 1.3, x > \frac{13-5a}{4}$$

x 는 -1 보다 크거나 같고 0 보다 작아야 하므로 $\frac{13-5a}{4}$ 는 -1

이상 0 미만이다.

$$-1 \leq \frac{13-5a}{4} < 0$$

$$-4 \leq 13 - 5a < 0$$

$$13 < 5a \leq 17$$

$$\therefore a = 3$$

25. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-1) + 2(x+5) < x-3 \\ 2.1x - 3.2 \geq 1.8x - 1.7 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(i) $3x-3 + 2x+10 < x-3$ 에서 $4x < -10$, $x < -\frac{5}{2}$

(ii) $21x-32 \geq 18x-17$ 에서 $3x \geq 15$, $x \geq 5$

따라서 만족하는 정수의 갯수는 0이다.

26. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 1

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 15

해설

(i) $3x - 2 \leq 5x + 8, x \geq -5$

(ii) $5x + 8 \leq 4x + a, x \leq a - 8$

$-5 \leq x \leq a - 8$ 과 $b \leq x \leq 9$ 가 같으므로 $b = -5$

$a - 8 = 9, a = 17$

$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$

27. 부등식 $-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$-1 \leq 3x - 7 \leq 2x + a$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -1 \leq 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 2x + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq a + 7 \end{cases}$$

$2 \leq x \leq a + 7 \Leftrightarrow b \leq x \leq 4$ 이므로

$$\therefore a = -3, b = 2$$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$ 이다.

28. 어떤 정수에 4를 곱하고 6을 더하면 19보다 크고, 6배하고 3을 빼면 22보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수는 무엇인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. “어떤 정수에 4를 곱하고 6을 더하면 19보다 크고” 을 식으로 표현하면, $4x + 6 > 19$ 이다. “어떤 정수에 6배하고 3을 빼면 22보다 작다”를 식으로 표현하면, $6x - 3 < 22$

이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면, $\begin{cases} 4x + 6 > 19 \\ 6x - 3 < 22 \end{cases}$

이고, 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x > \frac{13}{4} \\ x < \frac{25}{6} \end{cases}$ 이다. 따라서 어떤 정수는

$\frac{13}{4} < x < \frac{25}{6}$ 이므로 4이다.

29. 연속하는 세 홀수 a, b, c 는 $20 < (a - c)^2 + b < 22$ 을 만족한다고 한다. $2a - b + c$ 의 값은?

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

a, b, c 가 연속하는 세 홀수이므로 $a - c = -4$,

$$20 < (-4)^2 + b < 22$$

$$20 < 16 + b < 22$$

$$4 < b < 6$$

따라서, b 값은 5 가 되고 연속하는 세 홀수는 3, 5, 7 이다.

$$\therefore 2a - b + c = 6 - 5 + 7 = 8$$

30. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 22

▷ 정답: 23

▷ 정답: 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x - 1, x, x + 1$ 이라 하면

$$66 < (x - 1) + x + (x + 1) < 70$$

$$66 < 3x < 70$$

$$\rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \frac{70}{3} \end{cases} \rightarrow 22 < x < \frac{70}{3}$$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22, 23, 24 이다.

31. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

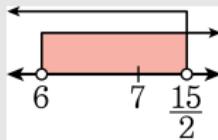
④ 7

⑤ 8

해설

$$\begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < \frac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases}$$



$$\therefore x = 7$$

32. 분모와 분자의 합이 54인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0이고, 소수 첫째 자리는 5였다. 이 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{19}{35}$

해설

$$0.5 \leq \frac{54-x}{x} < 0.6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.5x \leq 54 - x \\ 54 - x < 0.6x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1.5x \leq 54 \\ -1.6x < -54 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 33.75 \end{cases}$$

$33.75 < x \leq 36$ 인 정수 : $x = 34, 35, 36$

$x = 34$ 일 때 $\frac{20}{34}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 35$ 일 때 $\frac{19}{35}$

$x = 36$ 일 때 $\frac{18}{36}$ 이므로 기약분수가 아니다.

따라서 기약분수는 $\frac{19}{35}$ 이다.

33. 어느 인터넷 유료 정보사이트는 한 달 기본 가입비가 19,000 원이고 정보 건당 이용료가 50 원이다. 한 달 사용 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되게 하려고 할 때, 옳지 않은 정보 이용 건수는?

① 120 건

② 160 건

③ 200 건

④ 220 건

⑤ 240 건

해설

한 달 동안 x 건의 정보를 이용할 때, 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $19000 + 50x$ 이다. 한 달 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되기 위해서는 $25000 \leq 19000 + 50x \leq 30000$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 19000 + 50x \geq 25000 \\ 19000 + 50x \leq 30000 \end{cases}$ 이고,

정리하면 $\begin{cases} x \geq 120 \\ x \leq 220 \end{cases}$ 이다.

따라서 $120 \leq x \leq 220$ 이다.

그러므로, 120 건 이상 220 건 이하로 사용하여야 한다.

34. 300 원짜리 사과와 200 원짜리 귤을 합하여 15 개를 사는데 금액을 3950 원 이하로 귤보다 사과를 많이 사려고 한다. 이 조건을 만족하여 살 수 있는 사과의 개수는 최대 몇 개인가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9개

해설

사과의 개수 : x 개, 귤의 개수 : $(15 - x)$ 개

$$\begin{cases} 300x + 200(15 - x) \leq 3950 \cdots ⑦ \\ 8 \leq x \leq 15 \end{cases}$$

$$⑦ : 300x + 3000 - 200x \leq 3950$$

$$100x \leq 3950 - 3000$$

$$100x \leq 950$$

$$\therefore x \leq 9.5$$



따라서 살 수 있는 사과의 최대 개수는 9 개이다.

35. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a + 4 < a + (a + 2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

36. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a , $a + 4$, $a + 6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은?

① $a < 2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $0 \leq a < 2$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a + 6 < a + (a + 4)$
이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

37. 어떤 사다리꼴의 윗변의 길이는 밑변의 길이의 2 배보다 4 가 더 작고, 높이가 5 이다. 이 사다리꼴의 넓이가 15 이상 30 이하 일 때의 밑변의 길이의 범위는?

① $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$

② $\frac{10}{3} < x \leq \frac{16}{3}$

③ $\frac{10}{4} < x \leq \frac{16}{3}$

④ $\frac{10}{3} \leq x \leq 4$

⑤ $3 \leq x \leq \frac{16}{3}$

해설

밑변의 길이를 x 라고 하면 윗변의 길이는 $2x - 4$ 이다.

이를 이용하여 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타내면 $\frac{5}{2}(3x - 4)$ 이다.

사다리 꼴의 넓이가 15 이상 30 이하이므로,

$$15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \text{ 이다.}$$

이를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{5}{2}(3x - 4) \\ \frac{5}{2}(3x - 4) \leq 30 \end{cases} \text{이고,}$$

간단히 하면 $\begin{cases} x \geq \frac{10}{3} \\ x \leq \frac{16}{3} \end{cases}$ 이다.

따라서 밑변의 길이는 $\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{16}{3}$ 이다.

38. 8% 설탕물 100g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

- ① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100g 의 소금의 양은

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 $x\text{g}$ 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$$15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \text{ 이고,}$$

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq \frac{140}{3} \\ x \leq 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \leq x \leq 60$ 이다.

39. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.

모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$

간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases}$ 이다.

이를 다시 나타내면 $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$ 이다.

$\frac{110}{8} = 13.75$ 이고 $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$ 이므로 학생의 수는 13 명이 가능하다.

40. 부등식 $|x+1| < 1 + |2-x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x+1| < 1 + |2-x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x+1) < 1 + (2-x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$$\therefore x < -1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1 < 1 + 2-x$$

$$\therefore 2x < 2$$

$$\therefore x < 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1 < 1 - (2-x)$$

$$\therefore 1 < -1$$
 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

41. 부등식 $|x+1| + |x-2| < x+2$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

(i) $x < -1$ 일 때

$$-(x+1) - (x-2) < x+2, -x+1-x < x+2$$

$-3x < 1, x > -\frac{1}{3}$ 따라서 해가 없다.

(ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$(x+1) - (x-2) < x+2$$

$$x+1-x+2 < x+2, x > 1$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

(iii) $x \geq 2$ 일 때

$$(x+1) + (x-2) < x+2 \quad \therefore x < 3$$

$$\therefore 2 \leq x < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 $1 < x < 3$

$$\therefore \alpha + \beta = 4$$

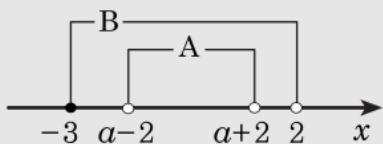
42. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은 -1, 0이고, 그 합은 -1이다.

43. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{5x+2}{3} - \frac{3}{2}x < 2 \\ \frac{3x-1}{4} - \frac{x}{2} > -1 \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$$10x + 4 - 9x < 12 \quad \therefore x < 8$$

$$3x - 1 - 2x > -4 \quad \therefore x > -3$$

$$\therefore -3 < x < 8$$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 10개이다.

44. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 의 해가 $-2 \leq x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{7}{2}$

② 3

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \dots \textcircled{\text{I}} \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \dots \textcircled{\text{II}} \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

①을 풀면

$$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}, 4x+8 < 15-3x, 7x < 7$$

$$\therefore x < 1 \dots (\text{i})$$

②을 풀면 $\frac{5-x}{2} \leq a, 5-x \leq 2a$

$$\therefore x \geq 5-2a \dots (\text{ii})$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 범위는 $5-2a \leq x < 1$ 이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$$\therefore a = \frac{7}{2}$$

45. 한 권에 500 원 하는 공책과 800원 하는 연습장을 합하여 13 권을 사는데 총 금액이 7500원 이상 8000 원 미만이 되게 하려면 500 원 하는 공책을 몇 권을 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 권

▷ 정답 : 9권

해설

500 원 하는 공책은 x 권, 800원 하는 연습장은 $(13 - x)$ 권

$$7500 \leq 500x + 800(13 - x) < 8000$$

$$7500 \leq 500x + 10400 - 800x < 8000$$

$$7500 \leq -300x + 10400 < 8000$$

$$-29 \leq -3x < -24$$

$$8 < x \leq \frac{29}{3}$$

그러므로 9권

46. 부등식 $|2x - 2| < k + 2$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

① $k \leq -2$

② $k > -2$

③ $k \geq -2$

④ $k < 2$

⑤ $k \geq 2$

해설

i) $x \geq 1$ 일 때,

$$2x - 2 < k + 2, \quad 2x < k + 4 \quad \therefore x < \frac{1}{2}k + 2$$

$x \geq 1, \quad x < \frac{1}{2}k + 2$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}k + 2 > 1, \quad k > -2$$

ii) $x < 1$ 일 때,

$$-2x + 2 < k + 2, \quad -2x < k, \quad \therefore x > -\frac{1}{2}k$$

$x < 1, \quad x > -\frac{1}{2}k$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}k < 1 \quad \therefore k > -2$$

i), ii)에 의하여 $k > -2$

47. 부등식 $|2x + 2| < a + 3$ 를 만족하는 실수 x 값이 존재하기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq -4$

② $a > -4$

③ $a < -3$

④ $a > -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

i) $x \geq -1$ 일 때,

$$2x + 2 < a + 3, \quad 2x < a + 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$$

$x \geq -1, \quad x < \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} > -1, \quad a > -3$$

ii) $x < -1$ 일 때,

$$-2x - 2 < a + 3, \quad -2x < a + 5$$

$x < -1, \quad x > -\frac{1}{2}a - \frac{5}{2}$ 를 만족하는 x 의 값이 존재하기 위해서는

$$-\frac{1}{2}a - \frac{5}{2} < -1 \quad \therefore a > -3$$

i), ii)에 의하여 $a > -3$