

1. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

2. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

3. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$

③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$(\text{준식}) = X(X + 1) - 6$$

$$= X^2 + X - 6$$

$$= (X + 3)(X - 2)$$

$$= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$$

4. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

5. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?
- ① 두 다항식은 $(x - 1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x - 1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
- ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
- ③ $4(x - 1)^3(x + 2)^2(x^2 + x + 1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
- ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x - 1)$ 이다.
- ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x + 2)(x - 1)^2(x^2 + x + 1)$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x - 4 &= 2(x - 1)(x + 2) \\ 4x^3 - 4 &= 4(x - 1)(x^2 + x + 1) \\ \text{최대공약수} &: 2(x - 1) \\ \text{최소공배수} &: 4(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

6. $2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1$ 의 인수인 것은?

- ① $2x + y + 1$ ② $2x + y - 1$ ③ $2x - y - 1$
④ $x + 2y + 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + 2y^2 + 5xy - x + y - 1 \\ &= 2x^2 + (5y - 1)x + (y + 1)(2y - 1) \\ &= (x + 2y - 1)(2x + y + 1) \end{aligned}$$

7. $\frac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

해설

$a = 100$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{(a + 1)a + 1} &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a + 1)} \\ &= a - 1 = 99\end{aligned}$$

8. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

9. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

- ① $2x^2-3x+1$ ② $2x^2-2x-1$ ③ $2x^2+3x-5$
④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 A, B 라고 하면
 $AB = (x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$
 $= (x-1)^2(x+2)(x-3)$
 A, B 의 최대공약수가 $x-1$ 이므로
 $A = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$
 $B = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$
 $\therefore A+B = 2x^2-3x+1$

10. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$, 최소공배수를 $A \Delta B$ 라고 하자.
서로소인 두 다항 A, B 식에 대하여 $\frac{A \Delta B}{A B \star B^2}$ 를 간단히 한 것은?

- ① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

다항식 A, B 가 서로소이므로 $AB \star B^2 = B, A \Delta B = A \times B$

$$\therefore \frac{A \Delta B}{A B \star B^2} = \frac{A \times B}{B} = A$$

11. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1, x^2 - 2x - 2, \dots, x^2 - 2x - 1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수)라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$ 인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935)$ 의 43개

12. a, b, c 가 $\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 = 0$ 을 만족하는 삼각형의 모양은?
- ① 직삼각형
 - ② 이등변삼각형
 - ③ 직각삼각형
 - ④ 직각이등변삼각형
 - ⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 + a^2b - ab^2 - a^2c + b^2c - b^3 &= 0 \\ a^2(a + b) - b^2(a + b) - c(a^2 - b^2) &= 0 \\ (a + b)(a^2 - ac + bc - b^2) &= 0 \\ (a + b)\{((a - b)(a + b) - c(a - b))\} &= 0 \\ (a + b)(a - b)(a + b - c) &= 0 \\ a + b > 0, a + b - c > 0 \text{ 이므로 } a &= b \\ \therefore a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

13. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 99^2$ 을 계산하여라.

- ① 99
- ② 100
- ③

4950
- ④ 5050
- ⑤ 10000

해설

$$\begin{aligned} &1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \dots + 99^2 \\ &= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2 \\ &= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) + \\ &\quad \dots + (3^2 - 2^2) + 1^2 \\ &= (99 - 98)(99 + 98) + (97 - 96)(97 + 96) + \dots + (3 - 2)(3 + 2) + 1 \\ &= (99 + 98) + (97 + 96) + \dots + (3 + 2) + 1 \\ &= 1 + 2 + 3 + \dots + 99 \\ &= (1 + 99) + (2 + 98) + \dots + (49 + 51) + 50 \\ &= 4950 \end{aligned}$$

14. x 에 대한 두 다항식 $A = x(x - a - 4)(x + a^2 - 1)$, $B = (x + 3)(x + a)(x + a^2 - 5)$ 의 최대공약수가 x 에 대한 이차식이 되도록 하는 정수 a 에 대하여 $a^2 + a$ 의 값을 구하면?

① 20 ② 16 ③ 10 ④ 5 ⑤ 2

해설

i) A 의 인수 x 를 최대공약수의 인수라고 하면
 B 에서 $x = 0$ 을 대입하면
 $3a(a^2 - 5) = 0$, $a = 0$ ($\because a$ 가 정수)
 $\Rightarrow$ 두 식의 최대공약수는 이차가 아니다.
ii) B 의 인수 $x + 3$ 이 최대공약수의 인수라고 하면
 A 에서 $x = -3$ 을 대입하면
 $-3(-a - 7)(a^2 - 4) = 0$, $a = -7, 2, -2$
 $a = -7, 2$ 일 때 A, B 의 최대공약수는 일차식
 $a = -2$ 일 때
즉, $(x + 3)(x - 2)$ 가 최대공약수가 이차식이다.
 $\therefore a = -2$, $a^2 + a = 2$

15. 두 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 2$ 과 $x^3 + bx^2 + ax + 2$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 3 ③ 0 ④ -3 ⑤ -5

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2, g(x) = x^3 + bx^2 + ax + 2$$

두 다항식의 최대공약수를 $x - \alpha$ 라 하면

$$f(\alpha) = 0, g(\alpha) = 0$$

$$\begin{aligned} f(\alpha) - g(\alpha) &= (a - b)\alpha^2 - (a - b)\alpha = 0 \\ &= (a - b)\alpha(\alpha - 1) = 0 \end{aligned}$$

$a = b$ 이면 두 식이 일치하므로 최대공약수가 일차식이 아니다.

또한 $\alpha = 0$ 이면 $f(\alpha) = 2 \neq 0$ 이므로 적당하지 않다.

$$\therefore \alpha = 1, f(\alpha) = 1 + a + b + 2 = 0$$

$$\therefore a + b = -3$$