**1.** 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x + 2$로 나누면 나머지가 3이다. $a$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ −2 ⑤ −3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.

$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore\ a = 3$

**2.** $x^2-px+q=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이다. $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=2$일 때 $p^2+q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p=3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q=2$이다.
따라서 $p^2+q^2=9+4=13$

**3.** 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값을 고르면?

① $-14$ ② $14$ ③ $-5$ ④ $5$ ⑤ $4$

해설

$y = x^2 - 6x - 5$
$= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5$
$= (x - 3)^2 - 14$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값 $-14$ 를 가진다.

**4.** 방정식 $x^3 - x = 0$의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 0$

▷ 정답 : $x = 1$

해설

좌변을 인수분해 하면

$x^3 - x = x(x^2 - 1) = x(x - 1)(x + 1)$

$\therefore\ x = -1, 0, 1$

**5.** 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \le x+a \\ 2x-b \le 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$\begin{cases} 3x-2 \le x+a & \cdots ① \\ 2x-b \le 3x & \cdots ② \end{cases}$ 이라 하면

①에서 $x \le \dfrac{a+2}{2}$

②에서 $x \ge -b$

$\therefore \ -b \le x \le \dfrac{a+2}{2}$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \le x \le 4$ 이어야 하므로

$-b = 4$ 에서 $b = -4$ , $\dfrac{a+2}{2} = 4$ 에서 $a = 6$

따라서 $a-b = 6-(-4) = 10$ 이다.

**6.** 일차함수 $y=(a-2)x+b+2$ 의 그래프가 $x$ 축의 양의 방향과 $45°$ 의 각을 이루고, $y$ 절편이 5 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면? (단, $a$, $b$ 는 상수)

① 0 ② 3 ③ 6 ④ −6 ⑤ −3

해설

$y=(a-2)x+b+2$ 의 그래프가
$x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가
$45°$ 이므로
$a-2=\tan 45°=1$ 에서 $a=3$
또, $y$ 절편이 5 이므로
$b+2=5$ 에서 $b=3$
$\therefore\ a+b=6$

**7.** 점 $(3,\ 2)$ 를 지나고 직선 $-2x+y+5=0$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $x-y-1=0$ ② $2x-y-3=0$

③ $2x-y-4=0$ ④ $2x-5y+4=0$

⑤ $-2x+y-4=0$

해설

직선 $-2x+y+5=0$
즉 $y=2x-5$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.
이 때, 점 $(3, 2)$ 를 지나므로
구하는 직선의 방정식은
$y-2=2(x-3)$, $\therefore\ y=2x-4$
$\therefore\ 2x-y-4=0$

**8.** 다항식 $f(x)$를 $x-2$, $x+2$로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$를 $x^2-4$로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$이다. $4a+b$의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(2)=5,\ f(-2)=3$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-4)Q(x)+ax+b \\ &= (x-2)(x+2)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

$f(2)=2a+b=5,\ f(-2)=-2a+b=3$

$a=\frac{1}{2},\ b=4$

**9.** 점 $A(-1, 2)$, $B(2, -2)$ 에 대하여 다음 중 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키는 점 P 의 좌표가 될 수 없는 것은?

① $(3, 5)$ ② $(-1, 7)$ ③ $(4, 2)$
④ $(2, 3)$ ⑤ $(-4, 6)$

해설

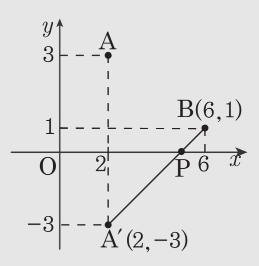
$\overline{AB}^2 = (2+1)^2 + (-2-2)^2 = 25$
① $P(3, 5)$ 일 때,
$\overline{PA}^2 = (-1-3)^2 + (2-5)^2 = 25$
② $P(-1, 7)$ 일 때,
$\overline{PA}^2 = (-1+1)^2 + (2-7)^2 = 25$
③ $P(4, 2)$ 일 때,
$\overline{PA}^2 = (-1-4)^2 + (2-2)^2 = 25$
④ $P(2, 3)$ 일 때,
$\overline{PA}^2 = (-1-2)^2 + (2-3)^2 = 10$
⑤ $P(-4, 6)$ 일 때,
$\overline{PA}^2 = (-1+4)^2 + (2-6)^2 = 25$
따라서 ④는 $\overline{PA} = \overline{AB}$ 를 만족시키지 않는다.

**10.** 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 $x$축 위에 있을 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값을 구하면?

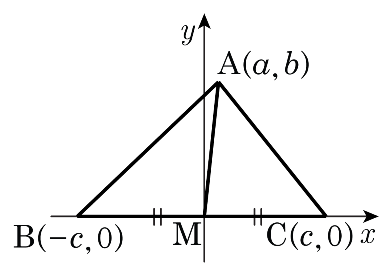
① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(2, 3)을 $x$축에 대해
대칭이동한 점을
A′(2, −3)라 하면
최단거리는 $\overline{\mathrm{A'B}}$의 길이
$\therefore \sqrt{(2-6)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{32} =$
$4\sqrt{2}$



**11.** $\triangle$ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{AB}^2}+\overline{\mathrm{AC}^2}=2(\overline{\mathrm{AM}^2}+\overline{\mathrm{BM}^2})$ 이 성립함을 보이는 것이다. ㈎, ㈏, ㈐에 들어갈 말을 차례로 나열한 것은?




다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 $x$ 축 위에 놓고
$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점 M 을 $y$ 축이 지난다고 가정하면
M 은 원점이 된다.
또, $\overline{\mathrm{AB}^2}=$ ㈎, $\overline{\mathrm{AC}^2}=$ ㈏
$\overline{\mathrm{AB}^2}+\overline{\mathrm{AC}^2}=$ ㈎ $+$ ㈏
$=2(a^2+b^2+c^2)$
$\overline{\mathrm{AM}}^2+\overline{\mathrm{BM}}^2=$ ㈐
따라서 $\overline{\mathrm{AB}^2}+\overline{\mathrm{AC}^2}=2(\overline{\mathrm{AM}^2}+\overline{\mathrm{BM}^2})$

① $a+b+c$ , $a+b-c$ , $a+b+c$

② $(a+c)^2+b^2$ , $(a-c)^2+b^2$ , $a+b+c$

③ $a+b+c$ , $a+b-c$ , $a^2+b^2+c^2$

④ $(a+c)^2+b^2$ , $(a-c)^2+b^2$ , $a^2+b^2+c^2$

⑤ $2(a+c)^2+b^2$ , $2(a-c)^2+b^2$ , $a^2+b^2+c^2$

해설

㈎ $=(a+c)^2+b^2$
㈏ $=(a-c)^2+b^2$
㈐ $=a^2+b^2+c^2$

**12.** 3km 떨어진 두 마을 ㄱ, ㄴ이 있다. ㄱ마을에는 100명의 학생이, ㄴ마을에는 50명의 학생이 있다. ㄱ, ㄴ두 마을 사이에 학교를 세울 때 통학거리의 합이 최소가 되려면 어디에 학교를 세워야 하는가?

① ㄱ마을

② ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 1km지점

③ 가운데

④ ㄱ마을에서 ㄴ마을 쪽으로 2km지점

⑤ ㄴ마을

해설

ㄱ마을에서 $x$km 떨어진 곳에 학교를 세운다면 ㄴ마을 으로부터는 $(3-x)$km 떨어져 있다. 통학거리의 합 $S$ 는 $S = 100x+50(3-x)$
$= 150 + 50x$
$x \geq 0$ 이므로 $x = 0$ 일 때 $S$ 는 최소가 된다. 즉, ㄱ마을에 학교를 세우면 된다.

**13.** 수직선 위의 두 점 A$(-4)$, B$(12)$ 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $5:3$ 으로 내분하는 점을 P, $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $7:11$ 로 외분하는 점을 Q 라고 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점의 좌표는?

① $-32$ ② $-13$ ③ $6$ ④ $13$ ⑤ $32$

해설

P$(a)$, Q$(b)$ 라고 하면,

$\mathrm{P} = \dfrac{5 \times 12 + 3 \times (-4)}{5+3} = 6,$

$\mathrm{Q} = \dfrac{7 \times 12 - 11 \times (-4)}{7-11} = -32$

$\therefore$ $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 중점은 $\dfrac{-32+6}{2} = -13$

**14.** 연립방정식 $ax+4y+1=0$, $(a-1)x+3y+3=0$의 해가 불능이 되도록 $a$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 직선이 평행이 되면, 즉 기울기가 같고 $y$절편이 다르면, 해가 불능이 된다.

$\therefore\ -\frac{a}{4}=-\frac{a-1}{3}$

$3a=4a-4$ $\therefore a=4$

($\because$ $a=-3$이면 두 직선이 일치 → 해가 부정)

**15.** 두 점 A$(-3,\ 1)$, B$(5,\ 9)$ 를 이은 선분 AB 를 수직이등분하는 직선의 방정식에서 $y$ 절편은?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

A$(-3,\ 1)$ B$(5,\ 9)$

$\mathrm{M}\left(\dfrac{-3+5}{2},\ \dfrac{1+9}{2}\right) = (1,\ 5)$

$\overline{\mathrm{AB}}$ 의 기울기 : $\dfrac{1-9}{-3-5} = 1$

$\overline{\mathrm{AB}}$ 에 수직한 기울기는 $-1$

$y = (-1)\cdot(x-1)+5 = -x+6$

$y$ 절편은 6

**16.** 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2+y^2=1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

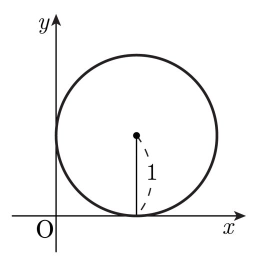
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10-1}=3$

**17.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원이 $x$ 축, $y$ 축에 동시에 접하고 있다. 이 원 위의 점 $(x,\ y)$에 대하여 $\dfrac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\dfrac{y+2}{x+1} = k$라 하면 직선 $y+2 = k(x+1)$ 은

$k$ 값에 관계없이 점 $(-1, -2)$를 지난다.

이 때, 기울기 $k$ 는 직선이 원래 접할 때 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$$\frac{|k-1+k-2|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$$

$|2k-3| = \sqrt{k^2+1}$

$4k^2 - 12k + 9 = k^2 + 1$

$3k^2 - 12k + 8 = 0$

최댓값과 최솟값은 이 방정식의 해이므로

근과 계수와의 관계에 의해 합은 4이다.

**18.** 직선 $x+2y-3=0$ 을 평행이동 $f:(x,\ y) \to (x-2,\ y+1)$ 에 의하여 이동한 직선과 평행이동 $g:(x,\ y) \to (x+a,\ y-b)$ 에 의하여 이동한 직선이 일치할 때, $a$, $b$ 에 대한 관계식을 구하면?

① $a=-2b$ ② $a=-b$ ③ $a=b$

④ $a=2b$ ⑤ $a=3b$

해설

평행이동 $f:(x,\ y) \to (x-2,\ y+1)$ 은
$x$ 축의 방향으로 $-2$ 만큼,
$y$ 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하는 것이므로
직선 $x+2y-3=0$ 을
평행이동 $f$ 에 의하여 이동하면
$(x+2)+2(y-1)-3=0$
$\therefore x+2y-3=0 \cdots\cdots$ ㉠
또한, 평행이동 $g:(x,y) \to (x+a, y-b)$ 는
$x$ 축의 방향으로 $a$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $-b$ 만큼
평행이동하는 것이므로
직선 $x+2y-3=0$ 을 평행이동 $g$ 에 의하여 이동하면
$(x-a)+2(y+b)-3=0$
$\therefore x+2y-a+2b-3=0 \cdots\cdots$ ㉡
이때, ㉠, ㉡이 일치해야 하므로
$-a+2b-3=-3$ $\therefore a=2b$

**19.** 세 실수 $a,\ b,\ c$가 다음 세 조건을 만족한다.

$$a+b+c=1,\ ab+bc+ca=1,\ abc=1$$

이 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a+b+c=1$에서
$a+b=1-c,\ b+c=1-a,\ c+a=1-b$
$(a+b)(b+c)(c+a)$
$=(1-c)(1-a)(1-b)$
$=1-(a+b+c)+(ab+bc+ca)-abc$
$=1-1+1-1=0$

**20.** 다항식 $f(x)$를 $x^2-3x+2$로 나눌 때의 나머지가 $3$이고, $x^2-4x+3$으로 나눌 때의 나머지가 $3x$일 때, $f(x)$를 $x^2-5x+6$으로 나눌 때의 나머지는?

① $3$　　② $3x+3$　　③ $3x-3$

④ $6x-9$　　⑤ $9x+6$

해설

$f(x)=(x-2)(x-1)Q(x)+3$

$f(x)=(x-3)(x-1)Q'(x)+3x$

$\therefore\ f(2)=3,\ f(3)=9$ $f(x)$를 $x^2-5x+6$으로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x)=(x-2)(x-3)Q''(x)+ax+b$

$f(2)=2a+b=3,\ f(3)=3a+b=9$

$a=6,\ b=-9$

$\therefore$ 나머지는 $6x-9$

**21.** 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 $a,\ b$라 할 때 $\sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}$의 값은?

① $4$　② $1$　③ $\sqrt{6}$　④ $2\sqrt{6}$　⑤ $6$

해설

$x^2-4x+1=0$에서 $\dfrac{D}{4}=(-2)^2-1=3>0$ 이므로

$a,\ b$ 는 서로 다른 실수이고, 근과 계수의 관계에 의하여

$a+b=4,\ ab=1$ 이므로 $a>0,\ b>0$

$a,\ b$를 식에 대입하면

$a^2-4a+1=0,\ b^2-4b+1=0$

$\therefore a^2+1=4a,\ b^2+1=4b$

$\therefore \sqrt{a^2+1}+\sqrt{b^2+1}=\sqrt{4a}+\sqrt{4b}$

$=2(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\because a>0,\ b>0)$

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2=a+b+2\sqrt{ab}$

$=6(\because a+b=4, ab=1)$

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{6}$

**22.** 이차함수 $y = x^2 + mx + m$ 의 최솟값을 $M$ 이라 할 때, $M$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답 : 1

해설

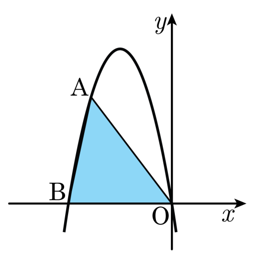
$y = x^2 + mx + m = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + m$

최솟값 $M = -\frac{m^2}{4} + m$

$M = -\frac{m^2}{4} + m = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1$

$m = 2$ 일 때, $M$ 은 최댓값 1 을 갖는다.

**23.** 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 $x$ 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle$OAB 의 넓이의 최댓값은?




① 18 ② 27 ③ 36

④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
$\triangle$OAB 에서 밑변의 길이를 $\overline{\mathrm{OB}}$ 라
고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle$OAB 의
넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로
$\triangle$OAB 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{OB}} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

**24.** 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$을 만족하는 $x$의 범위가 $-2<x<1$일 때, 부등식 $cx^2-ax+b<0$을 만족하는 $x$의 범위는?

① $-2<x<1$ ② $-1<x<\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}<x<2$
④ $\frac{1}{2}<x<1$ ⑤ $\frac{1}{2}<x<2$

해설

$ax^2+bx+c>0$의 해가 $-2<x<1$이므로

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}<0(a<0)$

$\Leftrightarrow (x+2)(x-1)=x^2+x-2<0$

$\therefore\ \frac{b}{a}=1, \frac{c}{a}=-2$

$cx^2-ax+b<0$에서

양변을 $a$로 나누면

$\frac{c}{a}x^2-x+\frac{b}{a}>0 \Leftrightarrow -2x^2-x+1>0$

$2x^2+x-1<0, (2x-1)(x+1)<0$

$\therefore\ -1<x<\frac{1}{2}$

**25.** 두 부등식 $x < -1$, $x > 2$, $2x^2 + (5+2a)x + 5a < 0$을 동시에 만족하는 정수 $x$의 값이 $x = -2$뿐일 때, 실수 $a$의 최솟값은? (단, $a < \frac{5}{2}$)

① $-3$　　② $-2$　　③ $1$　　④ $2$　　⑤ $-5$

해설

$2x^2 + (5+2a)x + 5a = (2x+5)(x+a) < 0$

$-\frac{5}{2} < x < -a \left(\because\ a < \frac{5}{2}\right)$

두 부등식을 만족하는 정수가 $x = -2$뿐이므로 $-2 < -a \leq 3$

$\therefore\ -3 \leq a < 2$

따라서, 구하는 $a$의 최솟값은 $-3$

**26.** 두 원 $x^2+y^2=9$ , $(x-4)^2+y^2=1$ 에 동시에 외접하고 반지름의 길이가 2 인 원의 중심의 좌표를 구하면?

① $(3,\ 3)$ ② $(3,\ -3)$ ③ $(4,\ \pm 4)$

④ $(\pm 4,\ 4)$ ⑤ $(4,\ \pm 3)$

해설

두 원이 외접하면 중심사이 거리는 반지름 길이 합과 같다.
중심의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 하면,
$\Rightarrow$ i) $a^2+b^2=25$
ii) $(a-4)^2+b^2=9$ 연립하면,
$a=4,\ \ b=\pm 3$
$\therefore$ 중심은 $(4, \pm 3)$

**27.** 다항식 $f(x)$는 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x^2+1) = x^4+5x^2+3$을 만족시킨다. $f(x^2-1)$을 구한 것은?

① $x^4+5x^2+1$ ② $x^4+x^2-3$ ③ $x^4-5x^2+1$

④ $x^4+x^2+3$ ⑤ 답 없음

해설

$x^2+1=t$라 하면 $x^2=t-1$

주어진 식에 대입하면

$f(t)=(t-1)^2+5(t-1)+3$

$\therefore\ f(t)=t^2+3t-1$

$$\begin{aligned} f(x^2-1) &= (x^2-1)^2+3(x^2-1)-1 \\ &= x^4+x^2-3 \end{aligned}$$

**28.** 다항식 $f(x)$를 $x-k$로 나눈 몫과 나머지를 $Q_1(x), R_1$이라 하고 $Q_1(x)$를 $x-k$로 나눈 몫과 나머지를 $Q_2(x), R_2$, $\cdots$ , $Q_n(x)$를 $x-k$로 나눈 몫과 나머지를 $Q_{n+1}(x), R_{n+1}$이라 할 때, $f(x)$를 $(x-k)^n$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하면, $R(k)$의 값은 얼마인가?

① $0$ ② $kR_1$

③ $R_1$ ④ $R_1 + R_2 + \cdots + R_n$

⑤ $R_1 \cdot R_2 \cdot \cdots \cdot R_n$

해설

$$f(x) = (x-k)Q_1(x) + R_1$$
$$Q_1(x) = (x-k)Q_2(x) + R_2$$
$$\vdots$$
$$Q_n(x) = (x-k)Q_{n+1}(x) + R_{n+1}$$
$$\begin{aligned}\therefore\ f(x) &= (x-k)\{(x-k)Q_2(x) + R_2\} + R_1 \\ &= (x-k)^2Q_2(x) + (x-k)R_2 + R_1 \\ &= (x-k)^nQ_n(x) + (x-k)^{n-1}R_n + \cdots + (x-k)R_2 + R_1\end{aligned}$$
$$\therefore\ R(x) = (x-k)^{n-1}R_n + \cdots + (x-k)R_2 + R_1$$
$$\therefore\ R(k) = R_1$$

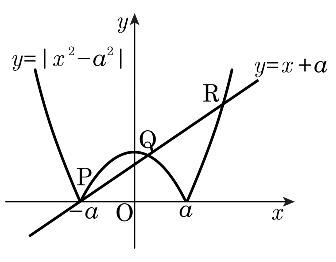
**29.** $x$에 대한 이차방정식 $(x-p)(x-q)+a(x-q)+b(x-p)=0$의 두 근 을 $\alpha, \beta$라 한다. $ab \neq 0, p \neq q$일 때, $\dfrac{a(q-\alpha)(q-\beta)}{b(p-\alpha)(p-\beta)}$ 의 값을 구하면?

① $-5$ ② $-4$ ③ $-3$ ④ $-2$ ⑤ $-1$

해설

$(x-p)(x-q)+a(x-q)+b(x-p)=(x-\alpha)(x-\beta)$
양변에 $x$ 대신에 $p$, $q$를 각각 대입하면
$a(p-q)=(p-\alpha)(p-\beta)$
$b(q-p)=(q-\alpha)(q-\beta)$이므로
$\dfrac{a(q-\alpha)(q-\beta)}{b(p-\alpha)(p-\beta)}=\dfrac{a\cdot b(q-p)}{b\cdot a(p-q)}=-1$

**30.** 다음 그림과 같이 함수 $y = |x^2 - a^2|$의 그래프와 직선 $y = x + a$가 세 점, P, Q, R에서 만난다. $\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12$일 때, 양수 $a$의 값은?




① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$
④ 2　⑤ $\frac{5}{2}$

해설

점 Q는 $y = -x^2 + a^2$의 그래프와
직선 $y = x + a$의 교점이므로
$-x^2 + a^2 = x + a$에서
$x^2 + x - a^2 + a = 0$
$(x + a)(x - a + 1) = 0$
$\therefore x = -a$ 또는 $x = a - 1$
$\therefore \mathrm{Q}(\mathrm{a} - 1,\ 2\mathrm{a} - 1)$
점 R는 $y = x^2 - a^2$의 그래프와
직선 $y = x + a$의 교점이므로
$x^2 - a^2 = x + a$에서
$x^2 - x - a^2 - a = 0$
$(x + a)(x - a - 1) = 0$
$\therefore x = -a$ 또는 $x = a + 1$
$\therefore \mathrm{R}(a + 1,\ 2a + 1)$
점 P의 좌표는 $(-a,\ 0)$이므로
$\overline{PQ} = \sqrt{(2a-1)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{2}\,|2a - 1|$
$\overline{QR} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$
$\overline{PQ} \cdot \overline{QR} = 12$이므로
$\sqrt{2}\,|2a - 1| \cdot 2\sqrt{2} = 12,\ \ |2a - 1| = 3$
$\therefore 2a - 1 = 3$ 또는 $2a - 1 = -3$
$\therefore a = 2$ 또는 $a = -1$
그런데 $a > 0$이므로 $a = 2$

**31.** 두 개의 이차방정식 $x^2+ax+\frac{1}{a}=0$과 $x^2+bx+\frac{1}{b}=0$이 공통근을 가질 때, $ab(a+b)$의 값은? (단, $a \neq b$)

① $-1$

② $0$

③ $1$

④ $2$

⑤ $a, b$의 값에 따라 달라진다.

해설

공통근을 $\alpha$라 하고 두 식에 대입하면

$\alpha^2+a\alpha+\frac{1}{a}=0 \cdots\cdots$ ①

$\alpha^2+b\alpha+\frac{1}{b}=0 \cdots\cdots$ ②

① − ② 하면

$\therefore\ \alpha(a-b)+\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=0,\ (a-b)\left(\alpha-\frac{1}{ab}\right)=0$

$a \neq b$이므로 $\alpha=\frac{1}{ab}$

이것을 ①에 대입하면 $\left(\frac{1}{ab}\right)^2+a\cdot\frac{1}{ab}+\frac{1}{a}=0$

$1+a^2b+ab^2=1+ab(a+b)=0$

$\therefore\ ab(a+b)=-1$

**32.** 9 시에 문을 여는 극장에 8 시 30 분부터 1 분에 10 명씩 사람들이 몰려와 줄을 서기 시작하고, 이후에도 계속 시간당 같은 인원이 꾸준히 극장에 온다. 9 시부터 3 개의 표 발매 창구에서 표를 팔면 9 시 15 분에 줄 서 있는 사람이 없어질 것으로 예상된다. 이때, 줄 서 있는 사람이 없어지는 시간을 7 분 앞당기려면 발매 창구를 최소 몇 개 더 열어야 하는지 구하여라. (단, 창구 하나당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

9 시에 발매를 시작하기 전에 이미 줄 서 있는 사람 수가 $30 \times 10 = 300$ (명) 이고
1 분 동안 발매하는 표가 $x$ 장이라고 하면
3 개의 발매 창구에서 표를 팔면 15 분 동안 모두 판매하므로
$3 \times 15x = 300 + 15 \times 10 \quad 45x = 450 \qquad \therefore x = 10$ ,
한편 모두 판매하는 시간을 7 분 앞당기면 8 분 동안 모두 판매해야 하므로
발매 창구의 개수를 $a$ 개라 하면
$a \times 10 \times 8 \geq 300 + 10 \times 8, 80a \geq 380$
$\therefore a \geq \frac{19}{4}$
따라서 발매창구가 적어도 5 개 있어야 하므로 최소 2 개의 발매 창구를 더 열어야 한다.

**33.** 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + a - 2 = 0$이 적어도 한 개의 정수근을 갖도록 하는 정수 $a$값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

이차방정식이므로 $a \neq 0$이고
실근을 가지므로
$D = (a-3)^2 - 4a(a-2) \geq 0$
$3a^2 - 2a - 9 \leq 0$
$\therefore \ \frac{1 - \sqrt{28}}{3} \leq a \leq \frac{1 + \sqrt{28}}{3}$
$-1.\times\times\cdots \leq a \leq 2.\times\times\cdots$ 이므로
$a$의 정수값은 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$
그런데 $a \neq 0$이고 $a = 1$일 때는 정수근이 없다.
$\therefore \ a = -1,\ 2$이고 구하는 합은 1