1. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$
$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

2. x에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + cx(x-1)$에서 a, b, c의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 3 &= a + b(x-1) + cx(x-1) \\ &= cx^2 + (b-c)x + a - b \end{aligned}$$

$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b-c)x + a - b$에서

$c = 1,\ b - c = -2,\ a - b = 3$

연립하여 풀면

$\therefore\ a = 2,\ b = -1,\ c = 1$

3. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$ 이 x에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$
$x = 1$을 대입하면 $2 = a$ ……①
$x = 0$을 대입하면 $3 = a - b + c$ ……②
$x = 2$를 대입하면 $3 = a + b + c$ ……③
①을 ②, ③에 대입하여 정리하면
$b - c = -1$, $b + c = 1$
두 식을 연립하면 $b = 0$, $c = 1$
$\therefore\ a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$

4. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$

$\therefore\ a = 2$

5. $f(x)=3x^3+px^2+qx+12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\dfrac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ −9 ④ −3 ⑤ −12

해설

$f(-2)=-24+4p-2q+12=0$

$f(1)=3+p+q+12=0$

$p=-3,\ q=-12,\ \dfrac{q}{p}=\dfrac{-12}{-3}=4$

6. 임의의 두 복소수 $a,\ b$ 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a+b)$ 로 정의한다. $\mathrm{Z} = \dfrac{5}{2-\mathrm{i}}$ 일 때, $\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}}$ 의 값은?

① 1　　② $1+2i$　　③ $1-2i$

④ -1　　⑤ $2-2i$

해설

$\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}} = Z\overline{Z} - (\mathrm{Z} + \overline{Z}),\ Z = 2+i,\ \overline{Z} = 2-i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5-4=1$ 답은 ①

7. 이차식 x^2+2x+4 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$x^2+2x+4=0$ 의 해를 구하면
$x=-1\pm\sqrt{1-4}=-1\pm\sqrt{3}i$
$\therefore x^2+2x+4$
$=\left\{x-(-1+3\sqrt{i}\right\}\left\{x-(-1-\sqrt{3}i)\right\}$
$=(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

8. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에 대입하면

$ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$(ab+bc+ca)^2=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

$\frac{1}{4}=a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2+2abc(a+b+c)$

따라서 $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=\frac{1}{4}$

9. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\
&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\
&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)
\end{aligned}
$$

10. $1-4x^2-y^2+4xy=(1+ax+by)(1+cx+dy)$ 일 때, $ac+bd$ 의 값을 구하면?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 1-(4x^2-4xy+y^2) \\
&= 1^2-(2x-y)^2 \\
&= (1+2x-y)(1-2x+y)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=-2,\ d=1$

$\therefore\ ac+bd=2\times(-2)+(-1)\times 1=-5$

11. $x^6+4x^4+x^2-6$이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$x^6+4x^4+x^2-6=(x+1)(x-1)(x^4+5x^2+6)$

$=(x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$

$\therefore a+b+c+d=5$

12. 두 다항식 A, B에 대하여 $A = x^2 + ax + 2,\ B = x^2 + bx + c$이고 A, B의 최대공약수가 $x+1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$일 때, $a+b+c$의 값은?

① -1　　② 0　　③ 2　　④ -2　　⑤ 3

해설

$A = m(x+1),\ B = n(x+1)$이라 놓으면
$mn(x+1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$
$\therefore\ mn = x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$
$\therefore\ m = x+2,\ n = x-1$ 또는 $m = x-1,\ n = x+2$
$A = (x+1)(x+2) = x^2 + 3x + 2$
$B = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$
여기서, $a = 3,\ b = 0,\ c = -1$
$\therefore\ a+b+c = 2$

13. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50}-\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$,

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\frac{2i}{2}=i$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-i)^{50}+i^{50}-(-i)^{100}\\ &= \{(-i)^2\}^{25}+(i^2)^{25}-\{(-i)^2\}^{50}\\ &= -1-1-1=-3\end{aligned}$$

14. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $z+\bar{z}$ 는 실수이다. ② $z=\bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.

③ $z\bar{z}=1$ 이면 $z^2=1$ 이다. ④ $z\bar{z}=0$ 이면 $z=0$ 이다.

⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각
$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi$ (a, b 는 실수) 라 하면

① $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$ (참)

② $z=\bar{z} \Leftrightarrow a+bi=a-bi$
$\Leftrightarrow 2bi=0$
$\Leftrightarrow b=0$(참)

③ $z\bar{z}=a^2+b^2=1 \Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi \neq 1$ (거짓)
(반례) $a=0,\ b=1$ 일 때, $z^2=-1$

④ $z\bar{z}=a^2+b^2=0 \Leftrightarrow a=0,\ b=0$ (참)

⑤ $z\bar{z}=a^2+b^2$ (참)

15. $a-b<0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-|a+b|$ 를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ $a-2b$

④ $2a+b$ ⑤ 0

해설

$a-b<0$, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0,\ b<0$
따라서 $a-b<0,\ a+b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2}-|a-b| &= |a-b|-|a+b| \\ &= -(a-b)+(a+b) \\ &= -a+b+a+b=2b\end{aligned}$$

16. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 3

해설

$(a^2-2a-3)x=a+1$

$(a-3)(a+1)x=a+1$

$\therefore a=3$ 이면 해가 없다.

17. x에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $1+i$일 때, 실수 a, b의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=-2$

▷ 정답 : $b=2$

해설

$x^2+ax+b=0$에 $x=1\pm i$를 대입하여 정리하면
$1+2i-1+a(1+i)+b=0$과
$a+b+(a+2)i=0$이다.
위 식을 정리하면 $a+b=0$과 $a+2=0$에서
$a=-2, b=2$이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켤레복소수 근을 갖는다.
따라서 두 근은 $1+i,\ 1-i$
근과 계수의 관계에서
$-a=(1+i)+(1-i)=2 \quad \therefore a=-2$
$b=(1+i)(1-i)=2 \quad \therefore b=2$

18. x에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 = 0$의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 m의 값의 범위를 구하면?

① $m > 5$　② $m \geq 5$　③ $m < 5$　④ $m \leq 5$　⑤ $-5 \leq x \leq 5$

해설

주어진 이차방정식이 두 실근을 가져야 하므로
$D/4 = (m-2)^2 - 2m + 1 \geq 0$
즉 $m^2 - 4m + 4 - 2m + 1 = m^2 - 6m + 5 \geq 0$
따라서 $(m-5)(m-1) \geq 0$이므로
$m \leq 1$ 또는 $m \geq 5$
또 두근의 합 $-2(m-2) < 0$이어야 하므로 $m > 2$
또 두근의 곱 $2m - 1 > 0$이어야 하므로 $m > \frac{1}{2}$
따라서 $m \geq 5$

19. $a=(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)\cdots(3^{1024}+1)$ 이라고 할 때 곱셈 공식을 이용하여 a의 값을 지수의 형태로 나타내면 $\frac{1}{k}(3^l+m)$ 이다. 이 때, $k+l+m$의 값을 구하면?

① 2046 ② 2047 ③ 2048 ④ 2049 ⑤ 2050

해설

$a=(3+1)\left(3^2+1\right)\cdots\left(3^{1024}+1\right)$

양변에 $(3-1)$을 곱하면

$$(3-1)\,a=(3-1)(3+1)\left(3^2+1\right)\left(3^4+1\right)\cdots\left(3^{1024}+1\right)$$

$$\begin{aligned}2a&=\left(3^2-1\right)\left(3^2+1\right)\left(3^4+1\right)\cdots\left(3^{1024}+1\right)\\&=\left(3^4-1\right)\left(3^4+1\right)\cdots\left(3^{1024}+1\right)\\&=\left(3^8-1\right)\cdots\left(3^{1024}+1\right)\\&\quad\vdots\\&=\left(3^{2048}-1\right)\end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$a=\frac{1}{2}\left(3^{2048}-1\right)$$

$\therefore\ k=2,\ l=2048,\ m=-1$

$\therefore\ k+l+m=2049$

20. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy$ 에서 $3^2 = 7+2xy$, $xy=1$
$(x+y)^3 = x^3+y^3+3xy(x+y)$ 에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3) - x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18 - 1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

21. $y = kx^2 + (1-2k)x + k - 1$ 의 그래프는 k에 관계없이 항상 한 정점 A 를 지난다. B 의 좌표를 $\mathrm{B}(b, 1)$ 라 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이가 $\sqrt{2}$가 되도록 하는 b 의 값들의 합을 구하면?

① 1　　② 2　　③ -2　　④ -3　　⑤ -1

해설

(i) 준식을 k에 관하여 정리하면

$(x^2 - 2x + 1)k + (x - y - 1) = 0$

이 식이 k의 값에 관계없이 성립할 조건은

$x^2 - 2x + 1 = 0,\ x - y - 1 = 0$

$\therefore\ x = 1,\ y = 0$

$\therefore\ A(1, 0)$

(ii) $\mathrm{A}(1, 0), \mathrm{B}(b, 1)$ 에서

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{2}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(b-1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$

$b^2 - 2b = 0, \quad b(b-2) = 0 \quad \therefore\ b = 0,\ 2$

$\therefore\ b$의 값들의 합은 2

22. $a+b+c=0$일 때, $\frac{a^2+1}{bc}+\frac{b^2+1}{ac}+\frac{c^2+1}{ab}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(준식) $= \frac{a(a^2+1)+b(b^2+1)+c(c^2+1)}{abc}$

$= \frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}$

그런데, $a^3+b^3+c^3=3abc$이므로

$\therefore \frac{a^3+b^3+c^3+a+b+c}{abc}=\frac{3abc}{abc}=3$

23. 두 다항식 x^3-2x^2-5x+6과 $3x^3+(a-9)x^2-ax-6a$의 최대공약수가 이차식일 때, a의 값은?

① 1　② -1　③ 2　④ -2　⑤ 3

해설

$x^3-2x^2-5x+6=(x-1)(x-3)(x+2)$
$3x^3+(a-9)x^2-ax-6a$에
$x=3$ 대입, $81+9a-81-3a-6a=0$
$x=-2$ 대입, $-24+4a-36+2a-6a\neq 0$이므로
$x-1$을 인수로 가져야 한다.
$x=1$ 대입 $3+a-9-a-6a=0$, $a=-1$

24. 이차방정식 $x^2-2ix-k=0$의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ $k>1$이면 두 근은 실근이다.

ㄴ $k=1$이면 두 근은 같다.

ㄷ 두 근의 곱은 실수이다.

ㄹ $0<k<1$이면 두 근은 순허수이다.

① ㄱ, ㄴ　② ㄴ, ㄹ　③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2-2ix-k=0$ 의 근을 구하면 $x=i\pm\sqrt{-1+k}$

ㄱ $k>1$이어도 x는 허수이다.<거짓>

ㄴ $k=1$이면 $x=i$로 두 근은 같다.<참>

ㄷ 두 근의 곱 $-k$는 허수일 수도 있다.<거짓>

ㄹ $0<k<1$이면 $-1<-1+k<0$ 이므로 $\sqrt{-1+k}=ai$ 의 형태가 되어 x는 순허수이다.<참>

25. α, β를 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$(단, $ac \neq 0$) 의 두 근이라 할 때, 다음 중 $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2, \left(\frac{1}{\beta}\right)^2$ 을 두 근으로 가지는 이차방정식은?

① $a^2x^2+(b^2-4ac)x+c^2=0$

② $a^2x^2-(b^2-2ac)x-c^2=0$

③ $c^2x^2+(b^2-4ac)x+a^2=0$

④ $c^2x^2-(b^2-2ac)x+a^2=0$

⑤ $c^2x^2+(b^2-2ac)x+a^2=0$

해설

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+\left(\frac{1}{\beta}\right)^2=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$$

$$=\frac{\left(-\frac{b}{a}\right)^2-2\cdot\frac{c}{a}}{\left(\frac{c}{a}\right)^2}=\frac{b^2-2ac^{2}}{c^2}$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{\beta}\right)^2=\frac{1}{(\alpha\beta)^2}=\frac{1}{\left(\frac{c}{a}\right)^2}=\frac{a^2}{c^2}$$

따라서, 구하는 이차방정식은

$$x^2-\frac{(b^2-2ac)}{c^2}x+\frac{a^2}{c^2}=0$$

즉, $c^2x^2-(b^2-2ac)x+a^2=0$

26. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 hm 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초　　② 2 초　　③ 3 초　　④ 4 초　　⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t-3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$

27. 세 변의 길이가 $x,\ y,\ z$인 삼각형 ABC에서 등식 $(x^4-y^4)(x+y)-2(x^3-y^3)z^2+(x-y)z^4=0$이 성립할 때, $\triangle$ABC는 어떤 삼각형인가?

① $z=x$인 이등변삼각형, 또는 y가 빗변인 직각삼각형

② $y=z$인 이등변삼각형, 또는 x가 빗변인 직각삼각형

③ x가 빗변인 직각삼각형

④ y가 빗변인 직각삼각형

⑤ $x=y$인 이등변 삼각형, 또는 z가 빗변인 직각삼각형

해설

$(x^4-y^4)(x+y)-2(x^3-y^3)z^2+(x-y)z^4$
$=(x-y)(x+y)^2(x^2+y^2)-2(x-y)(x^2+xy+y^2)z^2+(x-y)z^4$
$=(x-y)\{(x^2+2xy+y^2)(x^2+y^2)-2(x^2+xy+y^2)z^2+z^4\}$
$=(x-y)\{x^4+x^2y^2+2x^3y+2xy^3+x^2y^2+y^4-2x^2z^2-2xyz^2-2y^2z^2+z^4\}$
$=(x-y)\{x^4+y^4+z^4+2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2+2xy(x^2+y^2-z^2)\}$
$=(x-y)\{(x^2+y^2-z^2)^2+2xy(x^2+y^2-z^2)\}$
$=(x-y)(x^2+y^2-z^2)(x^2+y^2-z^2+2xy)=0$
$\therefore\ x=y$인 이등변 삼각형 또는 z가 빗변인 직각 삼각형
($\because\ x^2+y^2-z^2+2xy=(x+y)^2-z^2$에서 삼각형의 변인 $x,\ y,\ z$는 $x+y\neq z$)

28. $a,\ b,\ c,\ d$가 실수이고 $a^2 - b^2 = 3,\ c^2 + d^2 = 4,\ ab = 1,\ cd = 2$일 때, $a^2d^2 - b^2c^2$의 값을 구하면?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$a^2 - b^2 = 3 \cdots$ ㉠

$c^2 + d^2 = 4 \cdots$ ㉡

$ab = 1 \cdots$ ㉢

$cd = 2 \cdots$ ㉣

㉡, ㉣에서 $(c-d)^2 = 0\ (\because 2cd = 4\ )$

$\therefore c = d,\ c^2 = d^2 = 2 \cdots$ ㉤

㉠, ㉤에서 $a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$

29. x에 관한 이차방정식 $x^2+nx+p=0$의 두 근을 α,β라 하고, $x^2+nx+q=0$의 두 근을 γ,δ라 할 때, $(\alpha-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\gamma)(\beta-\delta)$를 p,q로 나타내면?

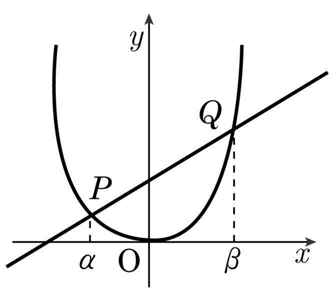
① $(p+q)^2$　　② $(2p+q)^2$　　③ $(p-2q)^2$

④ $(p-q)^2$　　⑤ $(2p-3q)^2$

해설

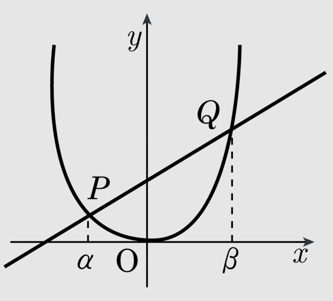
근과 계수와의 관계에서
$\alpha+\beta=-n,\ \alpha\beta=p,\ \gamma+\delta=-n,\ \gamma\delta=q$이므로
주어진 식 $=\{(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)\}\{(\alpha-\delta)(\beta-\delta)\}$
$=\{\gamma^2-(\alpha+\beta)\gamma+\alpha\beta\}\{\delta^2-(\alpha+\beta)\delta+\alpha\beta\}$
$=(\gamma^2+n\gamma+p)(\delta^2+n\delta+p)$
그런데, $\gamma^2+n\gamma+q=0$에서
$\gamma^2+n\gamma+p=p-q$
또, $\delta^2+n\delta+q=0$에서
$\delta^2+n\delta+p=p-q$
따라서, 주어진 식$=(p-q)^2$

30. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = m(x+3)$ 이 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만나고 원점을 연결한 선분 OP 와 OQ 가 수직이 될 때, m 의 값은?



① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설



교점 P, Q 의 좌표는
$x^2 = m(x+3)$, $x^2 - mx - 3m = 0$ 의 두 근이므로
두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = m, \alpha\beta = -3m$
$\overline{\mathrm{OP}}$ 의 기울기 : $\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha$, $\overline{\mathrm{OQ}}$ 의 기울기 : $\frac{\beta^2}{\beta} = \beta$
두 직선이 수직이므로 $\alpha\beta = -1, -3m = -1$
$\therefore m = \frac{1}{3}$

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값이 -2 이다. 이 함수의 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x = 2$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. $y = a(x-2)^2 - 2$. 또한 최솟값이 존재하므로, $a > 0$ 이다. 그래프가 제3 사분면을 지나지 않는다는 조건을 만족해야 하므로, y 절편이 음이 아닌 실수이어야 한다.

따라서 y 절편$= 4a - 2 \geq 0$, $a \geq \frac{1}{2}$ 이므로 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 정수는 1이다.

32. 이차함수 $y=-2x^2+4mx+m-1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{8}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

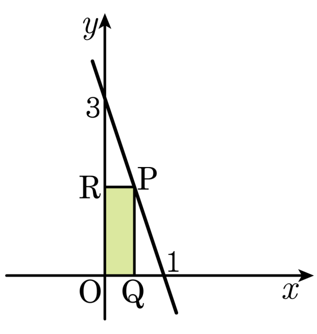
해설

$y=-2x^2+4mx+m-1=-2(x-m)^2+m-1+2m^2$

$M=2m^2+m-1=2\left(m+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{8}$

M 은 $m=-\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.

33. 직선 $y = -3x + 3$ 위의 제 1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{1}{4}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x(-3x+3)(0 < x < 1) \\ &= -3x^2 + 3x \\ &= -3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \\ &= -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \end{aligned}$$

$x = \frac{1}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{3}{4}$