1. n 이 자연수일 때, 다음 식을 만족하는 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} = a,\ (-1)^{n-1} \div (-1)^n = b$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$a = (-1)^{2n+1} = -1$

$b = \dfrac{(-1)^{n-1}}{(-1)^n} = -1$

$\therefore a+b = -2$

2. 다음 등식을 만족하는 a , b 에 대하여 $2a - 3b$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

$$2^a \times 4^2 \div 8 = 2^5$$
$$(-1)^{n+2} \times (-1)^{n+3} = b$$

① 11 ② -11 ③ -5 ④ 5 ⑤ 8

해설

첫 번째 식

: $2^a \times 2^4 \div 2^3 = 2^{a+4-3} = 2^5 \therefore a = 4$

두 번째 식

: $(-1)^{n+2+n+3} = (-1)^{2n+5} = b \therefore b = -1$

$\therefore 2a - 3b = 8 + 3 = 11$

3. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$을 간단히 나타내면?

① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$5 \times 5^x = 5^{x+1}$

4. $2^{100} = a$ 일 때, $4^{50} - 4^{49}$ 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

5. $\left(\frac{16^4+4^{11}}{8^4+4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4+4^{11}}{8^4+4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4+(2^2)^{11}}{(2^3)^4+(2^2)^9}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}+2^{22}}{2^{12}+2^{18}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}(1+2^6)}{2^{12}(1+2^6)}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\ &= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

6. $8^{2a+1} \div 2^{a+1} = 16^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$(2^3)^{2a+1} \times \frac{1}{2^{a+1}} = 2^{4a}$$

$$6a + 3 - a - 1 = 4a$$

$$\therefore \ a = -2$$

7. $27^{2x+1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{4}{7}$

해설

$(3^3)^{2x+1} = (3^{-1})^{x+1}$

$6x + 3 = -x - 1$

$7x = -4$

$\therefore\ x = -\frac{4}{7}$

8. 산악회 모임의 전체 회원 수는 36 명이다. 이번 등산에 남자 회원의 $\frac{1}{3}$ 과 여자 회원의 $\frac{1}{4}$ 이 참가하여 모두 11 명이 모였다. 이 산악회의 여자 회원 수는?

① 12 명 ② 13 명 ③ 14 명 ④ 15 명 ⑤ 16 명

해설

남자 회원의 수를 x명 , 여자 회원의 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=36 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y=11 \end{cases}, \text{즉} \begin{cases} x+y=36 \\ 4x+3y=132 \end{cases}$$

$\therefore\ x=24,\ y=12$

9. A, B 두 종류의 합금이 있는데 A 는 동이 60% , 아연이 30% 이고, B 는 동이 50% , 아연이 45% 이다. 이 두 종류의 합금을 섞어서 동이 4kg , 아연이 3kg 들어 있는 합금을 만들려면 B 를 얼마나 섞어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : _____ kg

▷ 정답 : 5 kg

해설

A 의 무게를 $x$kg , B 의 무게를 $y$kg 이라 하면

$$\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = 4 \\ \frac{30}{100}x + \frac{45}{100}y = 3 \end{cases}$$

두 식을 연립하여 풀면 $x = 2.5$, $y = 5$ 이다.

10. $\left(\dfrac{-5x^a}{y}\right)^b = \dfrac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$5^b = 125,\ b = 3$

$x^{3a} = x^9,\ a = 3$

$b = 3c = 3,\ c = 1$

$\therefore\ a+b-c = 3+3-1 = 5$

11. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5$ 이므로 $4x + 1 = 5$

$\therefore x = 1$

12. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$

13. 합금 A는 구리를 20% , 아연을 30% 포함한 합금이고, B는 구리를 30%, 아연을 10% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여 구리를 9 kg, 아연을 10 kg 얻으려면 합금 A는 몇 kg이 필요한지 구하여라.

합금	A	B
구리	20%	30%
아연	30%	10%

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 30 kg

해설

합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg 이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x + \frac{30}{100}y = 9 \\ \frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 90 \cdots ㉠ \\ 3x + y = 100 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 30$, $y = 10$이다.

14. 어느 중학교에서는 운동장 확장에 대한 찬반 투표를 했다. 이 날 투표한 학생 수가 전교생의 $\frac{1}{2}$ 이였는데, 이것은 남학생의 $\frac{2}{5}$ 과 여학생의 $\frac{4}{7}$ 이 투표를 한 것이다. 이 학교의 학생 수가 총 1200 명일 때, 남학생 수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 명

▷ 정답 : 500 명

해설

남학생 수를 x 명 , 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \frac{2}{5}x+\frac{4}{7}y=1200\times\frac{1}{2} \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=1200 \\ 7x+10y=10500 \end{cases}$$

$\therefore\ x=500,\ y=700$

15. 어느 상점에서 어떤 상품을 사서 구입 가격의 30% 의 이익을 붙여 정가로 판매하였더니, 기대했던 것보다 잘 팔리지 않아서 상품이 60 개 남았을 때부터 정가의 20% 를 할인하여 팔다가 10 권이 남고, 이익이 1950 원이었다. 이 상점에서 한 번 더 같은 상품을 같은 가격, 수량으로 들여왔을 때, 이번에는 20% 의 이익을 붙인 후, 정가로 판매하여 10 권이 남았을 때의 이익이 2100 원이었다. 상점에서 이 상품을 구입하는 데 든 금액의 총합을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 19500 원

해설

상품 한 개의 가격을 x 원, 구입한 개수를 y 개라 하면

$1.3x \times (y-60) + 1.3x \times 0.8 \times 50 - xy = 1950 \cdots$ ㉠

$1.2x \times (y-10) - xy = 2100 \cdots$ ㉡

㉠ 에서 $0.3xy - 26x = 1950 \cdots$ ㉢

㉡ 에서 $0.2xy - 12x = 2100 \cdots$ ㉣

㉢, ㉣ 을 연립하여 풀면 $x = 150$

㉣ 에 대입하면 $y = 130$

따라서 상점에서 상품을 구입하는 데 든 금액의 총합은 $150 \times 130 = 19500$ (원)

16. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n, \ 3^n = \frac{6^n}{2^n} = \frac{y}{x}$$

$$2^n + 2^{n+1} = 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n$$

$$\therefore \ (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} = (3 \times 2^n) \times 3^{n-1}$$

$$= 3^n \times 2^n$$

$$= \frac{y}{x} \times x = y$$

17. 경시대회에 참가하기 위해 어느 중학교 2 학년 학생들의 남학생의 4% , 여학생의 12% 를 선수로 뽑았더니 정확히 2 학년 학생 400 명의 7% 였다고 한다. 경시대회에 뽑힌 여학생의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 18 명

해설

남학생 수를 x 명 , 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=400 \\ \frac{4}{100}x+\frac{12}{100}y=400\times\frac{7}{100} \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=400 \\ x+3y=700 \end{cases}$$

$\therefore\ x=250,\ y=150$

따라서 경시대회에 뽑힌 여학생의 수는 $\frac{12}{100}\times 150 = 18(\text{명})$

이다.

18. 어느 회사의 남녀 사원의 비는 $7 : 5$ 이고, 남자 사원 중 정규직과 계약직의 비는 $3 : 2$, 여자 사원 중 정규직과 계약직의 비는 $7 : 3$ 이다. 정규직 사원의 수가 총 385 명일 때, 이 회사 사원의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 600 명

해설

남자 사원의 수를 x 명, 여자 사원의 수를 y 명 이라 하면

$x : y = 7 : 5,\ 5x = 7y \cdots$ ㉠

남자 사원 중 정규직 사원의 수는 $\frac{3}{5}x$ 명

여자 사원 중 정규직 사원의 수는 $\frac{7}{10}y$ 명

따라서, $\frac{3}{5}x + \frac{7}{10}y = 385,$

$6x + 7y = 3850 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 350,\ y = 250$

따라서 이 회사의 사원의 수는

$350 + 250 = 600$ (명)

19. 서로 다른 농도의 소금물 A, B 가 100g 씩 있다. A 의 절반을 B 에 넣고 잘 섞은 후, 다시 B 의 절반을 A 로 옮겨 섞었더니 A 는 9% 의 소금물, B 는 6% 의 소금물이 되었다. 처음 두 소금물 A, B 의 농도를 구하여라.(단, 농도가 분수인 경우 소수로 나타내시오.)

▶ 답 : $\%$

▶ 답 : $\%$

▷ 정답 : A = 13.5 $\%$

▷ 정답 : B = 2.25 $\%$

해설

소금물 A, B 의 농도를 각각 $a\%$, $b\%$ 라 하면

A 의 절반을 B 에 섞었을 때

A :(소금물의 양)= 50g

(소금의 양)= $50 \times \frac{a}{100} = \frac{a}{2}$ (g)

B :(소금물의 양)= 150g

(소금의 양)= $\frac{a}{2} + 100 \times \frac{b}{100} = \frac{a}{2} + b$ (g)

다시 B 의 절반을 A 에 섞었을 때

A :(소금물의 양)= $50 + 75 = 125$ (g)

(소금의 양)= $\frac{a}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + b\right) = \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b$ (g)

(농도)= $\frac{\frac{3}{4}a + \frac{1}{2}b}{125} \times 100 = 9$

$\therefore\ 3a + 2b = 45\ \cdots$㉠

B :(소금물의 양)= 75g

(소금의 양)= $\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + b\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2}$ (g)

(농도)= $\frac{\frac{a}{4} + \frac{b}{2}}{75} \times 100 = 6$

$\therefore\ a + 2b = 18\ \cdots$㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면

$a = \frac{27}{2} = 13.5\ (\%),\ b = \frac{9}{4} = 2.25\ (\%)$

20. 100 명의 학생이 시험을 본 결과 합격자와 불합격자의 비는 3 : 7 이었다. 최저 합격 점수는 100 명의 평균보다 6 점 높으며, 합격자의 평균보다 15 점이 낮고, 불합격자의 평균의 2 배보다는 6 점이 낮았다. 최저 합격 점수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36 점

해설

합격자와 불합격자의 수는 각각

$100 \times \frac{3}{10} = 30$(명), $100 \times \frac{7}{10} = 70$(명)

합격자와 불합격자의 평균을 각각 x 점, y 점이라 하면

(최저 합격 점수)$= \frac{30x + 70y}{100} + 6 = x - 15 = 2y - 6$

$$\begin{cases} \frac{3x + 7y}{10} + 6 = x - 15 \\ x - 15 = 2y - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = 51,\ y = 21$

$\therefore$ 최저 합격 점수는 36(점)