1. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$　　② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$　　④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

해설

$(2A - B) + C$
$= x^3 + 4x^2y + y^3$

2. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 의 차수는?

① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2+1)^4$는 8차식, $(x^3+1)^3$은 9차식
따라서 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$은
$8+9=17$차 다항식이다.

3. 실수 x, y에 대하여 $x+y+(xy-1)i=2+i$일 때 x^2+y^2의 값은?

① 4　　② 2　　③ 1　　④ 0　　⑤ -1

해설

$x+y=2$, $xy-1=1$ $\quad\therefore xy=2$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=0$

4. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i　② $-i$　③ $1+i$　④ 0　⑤ 1

해설

$i^2 = -1,\ i^3 = i^2 \times i = -i,\ i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$
$i^5 = i^4 \times i = i$
$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$
$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$

5. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉮에 알맞은 것은?

$$11x^2-13x+2=0$$
$$(11x-2)(\ ㉮\ )=0$$
$$x=\frac{2}{11} \text{ 또는 } x=1$$

① $x-2$ ② $x-1$ ③ $x+1$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

x에 대한 이차방정식

$11x^2-13x+2=0$

$(11x-2)(x-1)=0$

$\therefore\ x=\frac{2}{11}$ 또는 $x=1$

따라서 ㉮는 $x-1$

6. 이차방정식 $x^2+4x+k=0$이 허근을 가지도록 상수 k의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k>4$

해설

$\frac{D}{4}=2^2-k<0$

$\therefore\ k>4$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k의 값의 범위는?

① $k < 1$
② $1 < k < 3$
③ $k < 3$
④ $3 < k < 5$
⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$의 판별식을 D라 하면 $D > 0$이어야 한다.

$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$

$k^2 - 6k + 5 > 0,\ (k-1)(k-5) > 0$

$\therefore k < 1$ 또는 $k > 5$

8. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x+1)^2 + 2$ 의 최솟값을 구하고, 그 때의 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값$= 2$

▷ 정답 : $x = -1$

해설

꼭짓점의 좌표가$(-1, 2)$ 이므로
$x = -1$ 일 때, 최솟값 2 를 갖는다.

9. 다음 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$

이것은 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+5=0$

$3x-y-9=0$

연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$

$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

10. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\quad a=1,\ b=-2$

11. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1$, $x=2$를 각각 대입하면,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots㉠$
$(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots㉡$
㉠, ㉡을 연립하면,
$m=\frac{2}{3}$, $n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

12. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

13. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$꼴
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \multicolumn{1}{|r}{0} \end{array}$$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

14. 이차식 x^2+2x+4 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

② $(x+1-\sqrt{3})(x+1+\sqrt{3})$

③ $(x+1-\sqrt{2}i)(x+1+\sqrt{2}i)$

④ $(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$

⑤ $(x-1-\sqrt{2}i)(x-1+\sqrt{2}i)$

해설

$x^2+2x+4=0$ 의 해를 구하면

$x=-1\pm\sqrt{1-4}=-1\pm\sqrt{3}i$

$\therefore x^2+2x+4$

$=\left\{x-(-1+3\sqrt{i}\right\}\left\{x-(-1-\sqrt{3}i)\right\}$

$=(x+1-\sqrt{3}i)(x+1+\sqrt{3}i)$

15. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

16. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

17. 연립방정식 $\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ x^2+2y^2=12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x,\ y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② 4 ③ $-3\sqrt{2}$

④ -4 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2-3xy+2y^2=0$ 에서

$(x-y)(x-2y)=0 \quad \therefore x=y$ 또는 $x=2y$

ⅰ) $x=y$ 일 때

$x^2+2y^2=3x^2=12$

$x=\pm 2,\ y=\pm 2$

ⅱ) $x=2y$ 일 때

$x^2+2y^2=6y^2=12$

$y=\pm\sqrt{2},\quad x=\pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x+y=4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

18. $a < 0$, $b < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$　　② $\dfrac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\dfrac{b^2}{a}}$

③ $\sqrt{a^2 b^2} = ab$　　④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}i$

해설

① $\sqrt{a^2 b} = -a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\dfrac{b^2}{a}} = \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \dfrac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2}$
$= (-a)(-b) = ab$

④ $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b}$
$= \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
$= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b}$
$= -\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

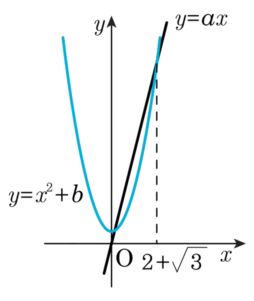
19. 이차함수 $y=x^2-2ax+a^2+2a-1$의 그래프가 a의 값에 관계없이 직선 $y=mx+n$과 접할 때, 상수 m, n의 합 $m+n$의 값은?

① -4 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

이차함수 $y=x^2-2ax+a^2+2a-1$의 그래프가
직선 $y=mx+n$과 접하므로
$x^2-2ax+a^2+2a-1=mx+n$
즉, $x^2-(2a+m)x+a^2+2a-n-1=0$
$\therefore 4am+m^2-8a+4n+4=0$
이 식이 a의 값에 관계없이 성립하므로
$(4m-8)a+(m^2+4n+4)=0$
$4m-8=0,\ m^2+4n+4=0$에서
두 식을 연립하여 풀면 $m=2, n=-2$
$\therefore m+n=0$

20. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + b = ax$,
즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.
이때, a, b 는 모두 유리수이므로
방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면
다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
따라서 근과 계수와의 관계에 의하여
$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$,
$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$
$\therefore\ a + b = 5$

21. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, m 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9 - 9) + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + m - 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 + m - \frac{11}{2} \end{aligned}$$

최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이므로 $m - \frac{11}{2} = \frac{1}{2}, m = \frac{1}{2} + \frac{11}{2} = \frac{12}{2}$

$\therefore m = 6$

22. $x^3 = 1$의 한 허근이 ω일 때, $\omega^{10} + \omega^5 + 1$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$w^3 = 1$,
$x^3 - 1 = 0$
$\Rightarrow$ $(x-1)(x^2+x+1) = 0$의 한 허근이 ω
$\Rightarrow w^2 + w + 1 = 0$
$\omega^{10} + \omega^5 + 1 = (w^3)^3 w + w^2 \cdot w^3 + 1$
$= w^2 + w + 1$
$= 0$

23. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$$
$$=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2$$
$$=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)$$
$$=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$$
$$=-(b+c)(a-b)(a-c)$$
$$=(a-b)(b+c)(c-a)$$

24. 이차식 $x^2-xy-2y^2-ax-3y-1$ 이 $x,\ y$ 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 a 의 값의 합은?

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

해설

(주어진 식)$=0$이라 놓고 x에 관하여 정리하면

$x^2-(a+y)x-(2y^2+3y+1)=0$

근의 공식에서

$$x=\frac{a+y\pm\sqrt{(a+y)^2+4(2y^2+3y+1)}}{2}$$

$$=\frac{a+y\pm\sqrt{9y^2+2(a+6)y+a^2+4}}{2}$$

주어진 식이 $x,\ y$에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식$(=D)$ 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D=9y^2+2(a+6)y+a^2+4$의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4}=(a+6)^2-9(a^2+4)=-8a^2+12a=0$$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

$\therefore\ 0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

25. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 hm 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초　② 2 초　③ 3 초　④ 4 초　⑤ 5 초

해설

$$h = -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22$$
$$= -5(t-3)^2 + 67$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$