

1. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

☐ 2	☐ 9	☐ 12	☐ 15	☐ 16
☐ 18				

- ① ☐ 2, ☐ 9, ☐ 15 ② ☐ 2, ☐ 9, ☐ 16 ③ ☐ 9, ☐ 12, ☐ 16
- ④ ☒ 9, ☐ 15, ☐ 16 ⑤ ☐ 12, ☐ 15, ☐ 16

해설

$\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
㉠ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉡ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉢ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

2. $\frac{2}{6\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면, $\frac{\sqrt{2}}{3a}$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6 \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore 3a = 6, a = 2$$

3. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

4. 다음 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 일 때, 다음 중 유리수의 근을 가지는 것은?

① $a = 0, b = -1$

② $a = 0, b = 2$

③ $a = -1, b = -1$

④ $a = -1, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 4$

해설

$(x-a)^2 = b$ 에서 유리수의 근을 갖기 위해서는 b 가 0 이상인 제곱수 이면 된다.

따라서 $(x-0)^2 = 4$ 일 때이므로 $a = 0, b = 4$ 이다.

5. 이차방정식 $\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?

① -12

② -9

③ 3

④ 9

⑤ 12

해설

$$\frac{4}{3}x^2 = 4x - 1$$

$$4x^2 - 12x = -3$$

$$(2x - 3)^2 = -3 + 9$$

$$(2x - 3)^2 = 6$$

$$2x - 3 = \pm \sqrt{6}$$

$$2x = 3 \pm \sqrt{6}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{2}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

6. $\sqrt{\frac{38}{n}}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$$\sqrt{\frac{38}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 19}{n}}, n = 2 \times 19 = 38 \text{ 한 개뿐이다.}$$

7. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{75} < 9$

② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

③ $0.3 > \sqrt{0.3}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 실수는 무수히 많다.
- ② $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 2개이다.
- ③ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 유리수는 유한개이다.
- ④ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 무리수 x 는 무수히 많다.
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

해설

$\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{10}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 의 2개이고, 유리수와 무리수는 무수히 많다.

9. $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$ 의 정수부분을 a , 소수부분을 b 라 할 때, $\frac{1}{b} + \sqrt{a}$ 의 값은?

① $4 + \sqrt{2}$

② $3 + \sqrt{2}$

③ $2 + \sqrt{2}$

④ $3 - \sqrt{2}$

⑤ $2 - \sqrt{2}$

해설

$$\frac{7}{3-\sqrt{2}} = \frac{7(3+\sqrt{2})}{7} = 3 + \sqrt{2}$$

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이고 $4 < 3 + \sqrt{2} < 5$ 이므로

$3 + \sqrt{2}$ 의 정수부분 $a = 4$, 소수부분 $b = (3 + \sqrt{2}) - 4 = \sqrt{2} - 1$

$$\therefore \frac{1}{b} + \sqrt{a} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{4} = \sqrt{2} + 1 + 2 = \sqrt{2} + 3$$

10. $x^2 + \square x - 6$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, $\square$ 안에 알맞은 정수가 아닌 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 5 ⑤ -5

해설

- ② $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$
③ $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$
④ $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$
⑤ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

11. 어떤 이차식을 지연이는 x 의 계수를 잘못 보고 $2(x+2)(x-9)$ 로 인수 분해하였고, 동현이는 상수항을 잘못 보고 $2(x-1)(x-2)$ 로 인수 분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수 분해한 것이 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, abc 의 값은?

① 5 ② 12 ③ -36 ④ 36 ⑤ -18

해설

지연이는 $2x^2 - 14x - 36$ 에서 상수항 -36 을 맞게 보았고,
동현이는 $2x^2 - 6x + 4$ 에서 x 의 계수 -6 을 맞게 보았다.
따라서 $2x^2 - 6x - 36 = 2(x-6)(x+3)$
 $\therefore a = 2, b = 6, c = -3$
 $\therefore abc = -36$

12. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ & a = -1, \quad b = 3 \\ & \therefore a+3b = -1+9 = 8 \end{aligned}$$

13. $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -10 ② -9 ③ -8 ④ -3 ⑤ 2

해설

x 에 대하여 정리하면,
 $x^2 - (4y + 6)x + 3y^2 + 2y - 16$
 $= x^2 - (4y + 6)x + (3y + 8)(y - 2)$
 $= (x - 3y - 8)(x - y + 2)$
 $\therefore a = -3, b = -8, c = -1, d = 2$
 $\therefore -3 - 8 - 1 + 2 = -10$

14. $xy = 5$ 이고, $x^2y + xy^2 + 2(x + y) = 42$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 26

⑤ 28

해설

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 + 2(x + y) &= xy(x + y) + 2(x + y) \\&= (x + y)(xy + 2) = 42 \text{ 에서}\end{aligned}$$

$xy = 5$ 이므로 $x + y = 6$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 6^2 - 2 \times 5 \\&= 36 - 10 = 26\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x = 1$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$\therefore a = 2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 7$$

16. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5의 제곱근은 1개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25는 5이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.5}$ 로 2개이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 0이다.

17. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

18. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

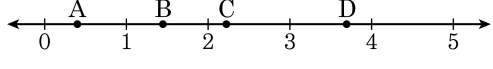
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & -2 < x < 3 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ & = x+2+x-3+6-2x=5 \end{aligned}$$

19. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
- ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
- ⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 : B &= \sqrt{2} \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A &= \sqrt{2} - 1 \\ a + b &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 \\ 3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D &= \sqrt{3} + 2 \\ 2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C &= 4 - \sqrt{3} \\ c + d &= (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6 \end{aligned}$$

20. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

25. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

26. $\sqrt{(-4)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $12\sqrt{6\sqrt{576}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -24$

해설

$$\sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 = (\pm 2)^2$$

$$\therefore a = -2$$

$$\begin{aligned} 12\sqrt{6\sqrt{576}} &= 12\sqrt{6 \times 24} \\ &= 12 \times 12 \\ &= 144 \\ &= (\pm 12)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\therefore ab = (-2) \cdot 12 = -24$$

27. $x^2 - x + 3 = 4$ 이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$a + x = x^2$, $x^2 - x = a$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$a + 3 = 4$

$\therefore a = 1$

28. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

29. 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 은 $\sqrt{n}$ 의 정수 부분을 나타낼 때, $f(1) + f(3) + f(5) + \cdots + f(19)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$$f(1), f(3) = 1$$

$$f(5), f(7) = 2$$

$$f(9), f(11), f(13), f(15) = 3$$

$$f(17), f(19) = 4$$

$$\therefore 1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 4 \times 2 = 2 + 4 + 12 + 8 = 26$$

30. $\frac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y=-5$

해설

$x+2=X, y-3=Y$ 로 치환하면
$$\frac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=\frac{2X^2+2Y^2}{XY}=4$$
$$2X^2-4XY+2Y^2=0, (X-Y)^2=0$$
$$X-Y=x+2-y+3=0$$
$$\therefore x-y=-5$$

31. $\frac{207^2 - 134^2}{52^2 - 21^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{(207 + 134)(207 - 134)}{(52 + 21)(52 - 21)} \\ &= \frac{341 \times 73}{73 \times 31} = 11\end{aligned}$$

32. $x^2 + 3x - 1 = 0$ 일 때, $-x^4 + 7x^2 - 12x + 5$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + 3x - 1 = 0$ 에서

$$x^2 = 1 - 3x$$

$$x^4 = (1 - 3x)^2$$

$$= 1 - 6x + 9x^2$$

$$= 1 - 6x + 9(1 - 3x)$$

$$= 1 - 6x + 9 - 27x$$

$$= 10 - 33x$$

$$\therefore -x^4 + 7x^2 - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7(1 - 3x) - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7 - 21x - 12x + 5$$

$$= 2$$

33. $x^2 + x - 1 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $A = a^4 - a^2 + a^3 + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + x - 1 = 0$ 에 $x = a$ 를 대입하면

$$a^2 + a - 1 = 0, a^2 + a = 1$$

$$a^2 = -a + 1$$

$$\therefore A = a^4 + a^3 - a^2 + 1$$

$$= a^2(a^2 + a) - a^2 + 1$$

$$= a^2 - a^2 + 1$$

$$= 1$$