

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

2. 60의 소인수를 구하면?

① 2, 3

② 2, 3, 5

③ 2^3 , 3, 5

④ 1, 2, 3, 5

⑤ 2, 1, 1

해설

$$2 \overline{) 60}$$

$$2 \overline{) 30}$$

$$3 \overline{) 15}$$

5

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

따라서 60의 소인수는 2, 3, 5이다.

3. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

\times	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

4. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

- ① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8와 6의 최소공배수인 24cm이다. 가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

5. 어떤 자연수를 3으로 나누면 1이 남고, 4로 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면?

① 10

② 12

③ 8

④ 22

⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4로 나눌 때 2가 부족한 수이므로
(3과 4의 공배수)-2인 수이다.

3, 4의 최소공배수가 12이므로 가장 작은 자연수는 $12 - 2 = 10$
이다.

∴ 10

6. A 가 12의 약수의 모임이고, B 가 어떤 수의 약수의 모임이다. A 와 B 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개

② 7 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12와 어떤 수의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

어떤 수는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

7. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

8. 다음 중 $2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 공배수인 것은?

① 30

② 100

③ 150

④ 210

⑤ 420

해설

$2^2 \times 5$, 3×5 , 42 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$ 이므로
420 의 배수를 찾는다.

9. 두 수 15 과 20 의 공배수 중 400 이하인 것의 개수는?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

15 와 20 의 공배수는 최소공배수인 60 의 배수이므로, 400 이하의 60 의 배수는

60, 120, 180, 240, 300, 360 으로 총 6 개이다.

10. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$

11. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수의 개수가 36일 때, $x + y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$(x + 1) \times (1 + 1) \times (y + 1) = 36$$

$$(x + 1) \times (y + 1) = 18$$

18 = 2 × 9 또는 18 = 3 × 6이므로

$x + 1 = 2, y + 1 = 9$ 또는 $x + 1 = 9, y + 1 = 2$ 일 때,

$x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$

그러므로 $x + y = 9$

$x + 1 = 3, y + 1 = 6$ 또는 $x + 1 = 6, y + 1 = 3$ 일 때,

$x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$

그러므로 $x + y = 7$

12. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

13. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16

② 24

③ 40

④ 80

⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

14. 90 에 가능한 한 작은 수 a 를 곱하여 어떤 수 b^2 이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 곱할 수 있는 수는 $2 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

$$\therefore a = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$\begin{aligned} 90 \times a &= 2 \times 3^2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \\ &= (2 \times 3 \times 5)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore b = 30$$

따라서 $a + b = 10 + 30 = 40$ 이다.

15. 자연수 $2^3 \times A$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 가장 작은 두 자리 자연수 A 를 구하여라.

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$12 = 12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 3$$

(1) $12 = 12 \times 1 = (11 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^{11} \quad \therefore A = 2^8 = 256$$

그러나 $2^8 = 256$ 은 두 자리 수가 아니다.

(2) $12 = 6 \times 2 = (5 + 1) \times (1 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^5 \times (2\text{가 아닌 소수}) = 2^3 \times (2^2 \times (2\text{가 아닌 소수}))$$

$$\therefore A = 12, 20, 28, 44, 52, \dots$$

(3) $12 = 4 \times 3 = (3 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,

$$2^3 \times A = 2^3 \times (2\text{가 아닌 소수})^2$$

$$\therefore A = 9, 25, 49, 121, \dots$$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 A 는 12 이다.