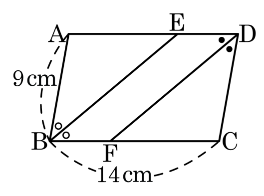
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle B, \angle D$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 9\text{cm}, \overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle EBF = \angle AEB$
따라서 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.
$\angle EBF = \angle AEB$ 이므로
$\overline{AE} = \overline{AB} = 9\,\text{cm}$
$\therefore \overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 14 - 9 = 5(\text{cm})$

2. 다음 중 직사각형이 아닌 것은?

① 네 각의 크기가 모두 90° 인 사각형

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

③ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형

⑤ 한 각의 크기가 90° 인 평행사변형

해설

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

3. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

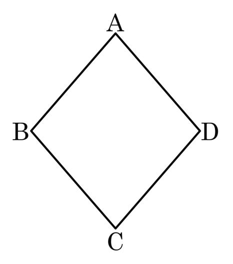
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

4. 다음 □ABCD 가 마름모일 때, 옳은 것은?



① $\angle A = \angle B$ 이다.

② $\angle A < 90°$ 이다.

③ $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

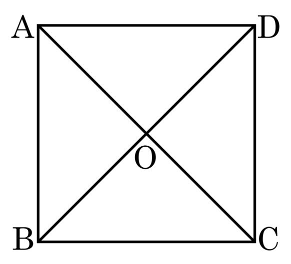
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 그 길이는 같지 않다. 따라서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$　② $\angle AOB = 90°$　③ $\overline{AD} = \overline{BD}$

④ $\overline{AB} = \overline{BC}$　⑤ $\overline{BC} = \overline{OC}$

해설

정사각형은 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이고, $\angle AOB = 90°$, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

6. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

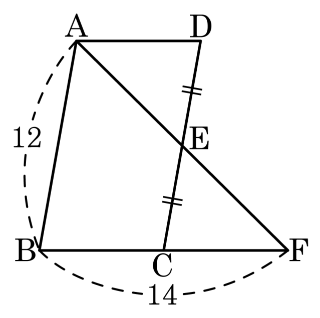
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

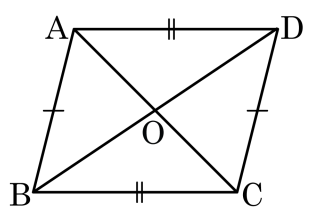


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle FCE(SAS)$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{FC}$
$\square ABCD$ 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{BC} = \overline{FC} = \overline{AD}$
$2 \times \overline{BC} = 14$ 에서 $\overline{BC} = 7$ 이므로
$\overline{AD} = 7$ 이다.

8. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



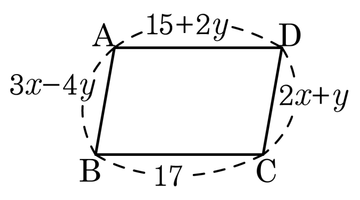
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

9. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

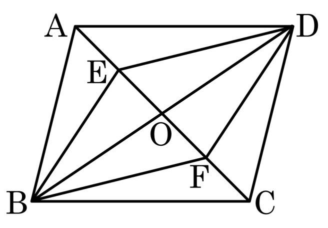


① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$
④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

$15+2y=17,\ 2y=2$
$\therefore y=1$
$3x-4=2x+1$
$\therefore x=5$

10. 평행사변형 ABCD의 대각선 AC 위에 $\overline{\mathrm{OA}}, \overline{\mathrm{OC}}$의 중점 E, F를 잡았을 때, □EBFD는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 배

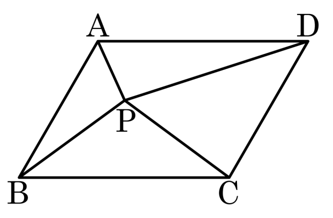
▷ 정답 : $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\triangle\mathrm{EBD} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABD}, \triangle\mathrm{FBD} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{CBD}$ 이므로

$\square\mathrm{EBFD} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP} : \overline{PC} = 1 : 2$ 이고, $\square ABCD = 60cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이 $=$ (   )cm^2 이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라. (단, 점 P 는 대각선 AC 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

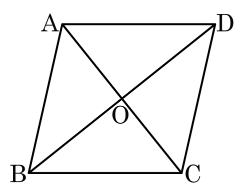
해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle DPC$ 에서 높이는 같고 밑변의 길이는 $1 : 2$ 이므로

$\triangle APD : \triangle DPC = 1 : 2$

$\therefore\ \triangle APD = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2} \times 60 \times \frac{1}{3} = 10(cm^2)$

12. 평행사변형 ABCD가 마름모가 되게 하는 조건을 모두 고른 것은?



㉠ $\overline{AC} = \overline{BD}$	㉡ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
㉢ $\overline{AB} = \overline{BC}$	㉣ $\angle DAB = 90^\circ$
㉤ $\angle AOB = \angle COB$	

① ㉠, ㉣　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉠, ㉣, ㉤　⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

두 대각선의 길이가 같다고 해서 마름모는 아니다. $\angle DAB = 90^\circ$이면 마름모가 아니라 직사각형이 된다.

13. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

14. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

② 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

③ 마름모의 두 대각선의 길이가 같다.

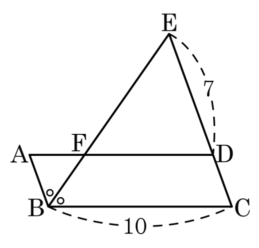
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① 등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 밑각의 크기가 같음으로 한 내각이 직각이면 직사각형이 된다.
② 한 내각이 직각인 사각형은 직사각형과 정사각형이 있다.
③ 항상 같지는 않다
④ 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 마름모가 된다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형과 등변사다리꼴이 있다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



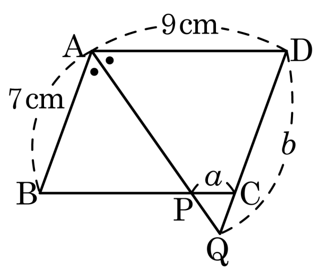
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{CE} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.



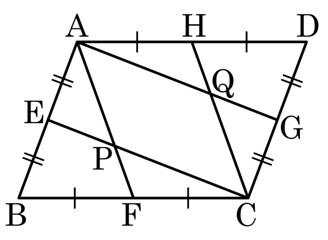
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 11 cm

해설

삼각형 ADQ, 삼각형 ABP 는 이등변삼각형 이므로
$a = 9 - 7 = 2(\text{cm})$
$b = 9(\text{cm})$
$\therefore a + b = 2 + 9 = 11(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



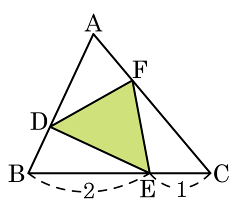
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} /\!/ \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} /\!/ \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} /\!/ \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

18. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{32}{9}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{46}{9}\,\mathrm{cm}^2$
④ $6\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $8\,\mathrm{cm}^2$

해설

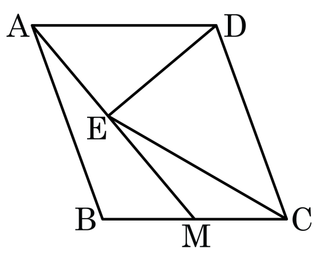
$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\mathrm{cm}^2$
$\triangle DEF = 6\,\mathrm{cm}^2$

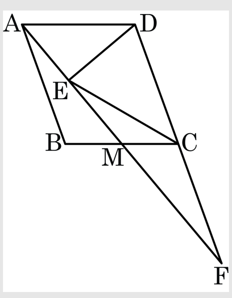
19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : 30°

해설

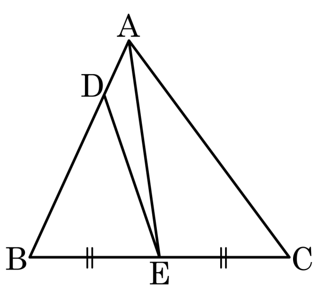


위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.
또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로
$\therefore\ \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40°\end{aligned}$$

$\angle DCM = 180° - \angle B = 180° - 110° = 70°$
$\therefore\ \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70° - 40° = 30°$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $3\overline{AD}=\overline{DB}$ 이고 $\triangle DBE=60$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$3\overline{AD}=\overline{DB}$, $\triangle DBE=60$ 이므로 $\triangle ADE=20$

$\triangle ABE=20+60=80$

$\overline{BE}=\overline{CE}$ 이므로 $\triangle ABE=\triangle ACE$

$\therefore \triangle ABC=2\triangle ABE=160$