

1. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

① $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

② $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

③ $a + a + a + a = a^4$

④ $a \times b \times b \times b \times b = a \times b^4$

⑤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7} = \frac{1}{2^3 \times 7^2}$

해설

③ $a + a + a + a = 4 \times a$

2. 다음 중 24 와 서로소인 것은?

① 8

② 12

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $25 = 5^2$ 이므로 24 와 25 는 서로소이다.

3. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$2 \times 3^2 \times 5, \quad 2 \times 3 \times 7$

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ③ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5$, 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
- ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
- ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : 2×3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2 \times 3 \quad \times 7 \\ \hline 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 630 \end{array}$$

최대공약수 : 2×3
최소공배수 : $2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

4. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

5. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

① 5×2^3

② 80

③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125

⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

6. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.
500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

7. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,
 $35 = x \times \Delta + 3$, $118 = x \times \square - 2$
 $32 = x \times \Delta$, $120 = x \times \square$
가장 큰 수 x 는 32 와 120 의 최대공약수
 $32 = 2^5$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 $\therefore x = 2^3 = 8$

8. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?
- ① 120cm, 1800 개 ② 120cm, 3000 개
③ 200cm, 3600 개 ④ 240cm, 3600 개
⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.

한 모서리의 길이는 240cm 이고,

필요한 벽돌의 개수는

$$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600 \text{ (개)}$$

이다.

9. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

10. 어떤 자연수를 5로 나누면 3 이 남고, 6 으로 나누면 4 가 남고, 7 로 나누면 5 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 207 ② 208 ③ 209 ④ 210 ⑤ 211

해설

5, 6, 7 로 나누면 항상 2 가 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x + 2$ 는 5, 6, 7 의 공배수이다.

5, 6, 7 의 최소공배수는 210 이므로 210 의 배수 중 가장 작은 수는 210 이다.

따라서 $x + 2 = 210$ 이므로 $x = 208$ 이다.

11. 두 자연수 A, B 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

- ① 11 ② 36 ③ 72 ④ 84 ⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$12 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}}$$

$$12 \times a \times b = 120$$

$a \times b = 10$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$$a = 10, b = 1 \text{ 또는 } a = 5, b = 2$$

(i) $a = 10, b = 1$ 일 때

$$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$$

(ii) $a = 5, b = 2$ 일 때

$$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 60, 24 이다.

12. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \cdots, (98, 99, 100)$

① 19 쌍 ② 24 쌍 ③ 30 쌍 ④ 32 쌍 ⑤ 36 쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

13. $3^a = 243$, $7^b = 343$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값은?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$3^5 = 243$, $7^3 = 343$ 이므로 $a \times b = 15$ 이다.

14. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 같은 것은?

- ① 144 ② 60 ③ 72 ④ 160 ⑤ 98

해설

- ① $2^4 \times 3^2$
② $2^2 \times 3 \times 5$
③ $2^3 \times 3^2$
④ $2^5 \times 5$
⑤ 2×7^2

15. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42

② 50

③ 60

④ 64

⑤ 72

해설

$$[x] - [20] = 6$$

$20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.

따라서 $[20] = 6$ 이므로

$$[x] - 6 = 6$$

$$[x] = 12$$

$$12 = 2 \times 6 \text{ 일 때, } x = 2^5 \times 3 = 96$$

$$12 = 3 \times 2 \times 2 \text{ 일 때, } x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

$$12 = 4 \times 3 \text{ 일 때, } x = 2^3 \times 3^2 = 72$$

따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.