

1. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

- ① 몫: $x - 1$, 나머지: 1
② 몫: $x - 1$, 나머지: 4
③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1
④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1
⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & 1 \end{array}$$

$$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

2. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① $a^2 - b^2$

② $a^3 - b^3$

③ $a^3 + b^3$

④ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

⑤ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 1$ 로 나눈 나머지가 상수일 때, $f(x)$ 의 일차항의 계수는?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$f(x) = (x^2 - 1)(x + a) + r \quad (a, r \text{ 는 상수}) \text{라 하면}$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 - x - a + r$$

\therefore 일차항의 계수는 -1

4. 이차방정식 $x^2 + x + 4(k-2) = 0$ 의 두 근이 모두 음수일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-2 < k \leq -1$ ② $-1 < k \leq \frac{33}{16}$ ③ $2 < k \leq \frac{33}{16}$
④ $k \leq \frac{16}{33}$ ⑤ $k < \frac{21}{16}$

해설

두 근을 α, β 라고 할 때,
모두 음수일 조건은

$$\alpha + \beta < 0, \alpha\beta > 0, D \geq 0$$

$$(i) \alpha + \beta = -1 < 0$$

$$(ii) \alpha\beta = 4(k-2) > 0 \quad \therefore k > 2$$

$$(iii) D = 1^2 - 4 \cdot 4(k-2) = 33 - 16k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{33}{16}$$

$$(ii) \text{과 } (iii) \text{의 공통 범위는 } 2 < k \leq \frac{33}{16}$$

5. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

6. $x = \frac{3+i}{2}$ 일 때, $p = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$ 의 값을 구하면?

① $2+i$

② $2-i$

③ $-2+i$

④ $-4+i$

⑤ $4+i$

해설

$$x = \frac{3+i}{2} \text{ 에서 } 2x - 3 = i$$

$$(2x - 3)^2 = i^2 \text{ 에서 } 2x^2 - 6x + 5 = 0$$

나눗셈 실행하여 몫과 나머지를 구하면

$$2x^3 - 2x^2 - 5x + 3$$

$$= (2x^2 - 6x + 5)(x + 2) + 2x - 7$$

$$= 2x - 7$$

$$= 2\left(\frac{3+i}{2}\right) - 7$$

$$= -4 + i$$

7. x 의 이차식 $x^2 + (3a+1)x + 2a^2 - b^2$ 이 완전제곱식이고, a, b 가 정수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 갯수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

완전제곱식이 되려면 판별식이 0이다.

$$D = (3a+1)^2 - 4(2a^2 - b^2) = 0$$

$$a^2 + 6a + 1 + 4b^2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+3)^2 + (2b)^2 = 8$$

a, b 가 정수이므로

$$a+3 = \pm 2, \quad 2b = \pm 2$$

$$\therefore a = -1, -5, \quad b = 1, -1$$

가능한 순서쌍 (a, b) 의 갯수 : 4개