

1. $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ 을 간단히 하면?

① 1

② -1

③ $3-2\sqrt{2}$

④ $-3+2\sqrt{2}$

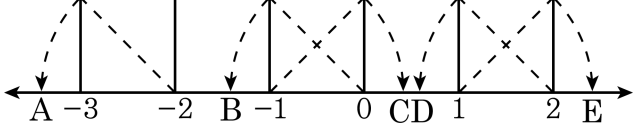
⑤ $1-2\sqrt{3}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $2 - \sqrt{2} > 0$, $1 - \sqrt{2} < 0$

$$\begin{aligned} |2 - \sqrt{2}| - |1 - \sqrt{2}| &= 2 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} \\ &= 3 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. 다음 그림의 사각형이 모두 정사각형일 때, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 말한 것을 모두 고르면?



- ① $B(-1 - \sqrt{2})$ ② $C(-1 + \sqrt{2})$ ③ $D(-1 + \sqrt{2})$
④ $E(1 + \sqrt{2})$ ⑤ $A(-2 + \sqrt{2})$

해설

$A = -2 - \sqrt{2}$, $B = -\sqrt{2}$, $C = -1 + \sqrt{2}$, $D = 2 - \sqrt{2}$, $E = 1 + \sqrt{2}$
이므로 ②, ④이다.

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다.
다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} &A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ &\textcircled{\text{㉠}} \text{ A, B 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ &A^2 - B^2 \\ &= \textcircled{\text{㉡}} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= \textcircled{\text{㉢}} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= \textcircled{\text{㉤}} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ &\textcircled{\text{㉥}} \therefore A < B \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\begin{aligned} &A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ &\text{A, B 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ &A^2 - B^2 \\ &= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ &\therefore A > B \end{aligned}$$

4. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5} - 0.01$

② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$

③ $\sqrt{3} + 0.02$

④ 2

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$

5. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

6. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & -2 < x < 3 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x| \\ & = x+2+x-3+6-2x=5 \end{aligned}$$

7. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

$a \square b$

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2는 $\sqrt{4}$ 이므로 a 를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$ 로 바꾸어 비교해 보면 된다.
 $a - b = (\sqrt{5} - 2) - (\sqrt{5} - \sqrt{3}) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$ 이므로
 $\therefore a - b < 0$

8. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

9. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$$

$$\therefore A^2 = 49$$

10. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a - b$

② $-a - 2b$

③ a

④ $-a$

⑤ $-a + 2b$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{a^2} = a, \\ & b < 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(-b)^2} = -b, \\ & (\sqrt{a^2})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2} \\ & = a + (-b) - (2a) - (-b) \\ & = a - b - 2a + b = -a \end{aligned}$$

11. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

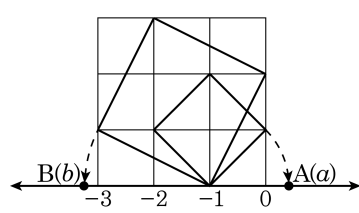
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

12. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{(-1-\sqrt{5})+(-1+\sqrt{2})}{2} = \frac{-2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$ 이다.

13. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2}-2$, $b = 2\sqrt{3}-2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < c < a$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{18}-2, b = \sqrt{12}-2, c = 2 \\ a-c &= \sqrt{18}-2-2 = \sqrt{18}-4 = \sqrt{18}-\sqrt{16} > 0 \\ \therefore a &> c \\ c-b &= 2-(\sqrt{12}-2) = 4-\sqrt{12} > 0 \\ \therefore c &> b \\ \therefore a &> c > b \end{aligned}$$

14. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$
- ② $\sqrt{(2-a)^2} = a-2$
- ③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$
- ④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$
- ⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b-2$

해설

- ① $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a+2$
- ② $a < 2$ 이므로
 $\sqrt{(2-a)^2} = 2-a$
- ③ $b < a$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a-b - (b-a) = 2a-2b$
- ⑤ $b < 2$ 이므로
 $\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b+2$

15. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a + 2b$

② $-2a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $-2a$

⑤ $4a - 2b$

해설

$a < 0, b > 0$ 이므로 $2a - b < 0, b - a > 0$

$$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= |2a - b| + |a| - |b - a|$$

$$= -2a + b - a - b + a = -2a$$

16. $a > 0, b > 0, \sqrt{ab} = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{2b}{a}} + b\sqrt{\frac{a}{b}}$ 를 구하면?

① 2

② $2 + \sqrt{2}$

③ $2 + 2\sqrt{2}$

④ $2 + 3\sqrt{2}$

⑤ $2 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{a^2 \times \frac{2b}{a}} + \sqrt{b^2 \times \frac{a}{b}} \\&= \sqrt{2ab} + \sqrt{ab} \\&= 2\sqrt{2} + 2\end{aligned}$$

17. a 가 유리수 일 때, $\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\begin{aligned}\frac{a + \sqrt{3}}{3\sqrt{3} + 1} &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{(3\sqrt{3} + 1)(3\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1)}{26}\end{aligned}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$$(a + \sqrt{3})(3\sqrt{3} - 1) = 3a\sqrt{3} - a + 9 - \sqrt{3}$$

$$3a\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0 \text{ 이므로 } 3a - 1 = 0$$

$$a = \frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

19. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$$

$$= -a + b - (-a) + b$$

$$= 2b$$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

22. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

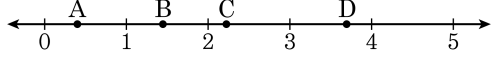
23. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+(무리수)
- ② (무리수)-(무리수)
- ③ (유리수)×(무리수)
- ④ (무리수)÷(무리수)
- ⑤ (무리수)-(유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

24. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 : B &= \sqrt{2} \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A &= \sqrt{2} - 1 \\ a + b &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 \\ 3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D &= \sqrt{3} + 2 \\ 2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C &= 4 - \sqrt{3} \\ c + d &= (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6 \end{aligned}$$

25. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

26. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

27. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 에서

$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x$ 이므로

$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$

$\therefore x^2 + x + 1 = 4$

28. $-1 < a < b < 0 < c$ 일 때,
 $\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$ 의 값을 구하
여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2b + 1$

해설

$$\begin{aligned} & -1 < a < b < 0 < c \text{에서} \\ & a + 1 > 0, -b > 0, a - b < 0, -2c < 0 \\ & \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2} \\ &= \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{(2c)^2} \\ &= (a+1) - (-b) - (a-b) - 2c + 2c \\ &= a+1+b-a+b-2c+2c \\ &= 2b+1 \end{aligned}$$

29. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 32

② 33

③ 34

④ 35

⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

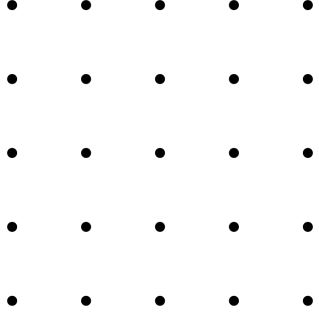
$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

30.

다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

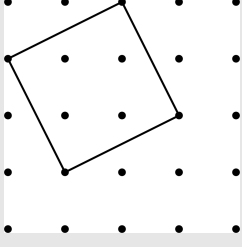


▶ 답 : 개

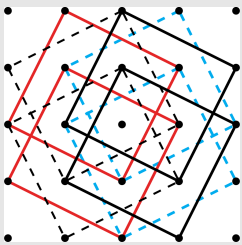
▷ 정답 : 8 개

해설

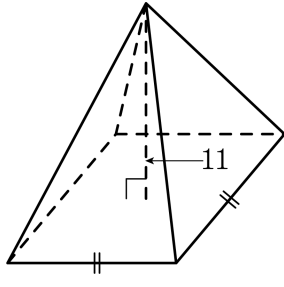
주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.



31. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 330 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}$ cm

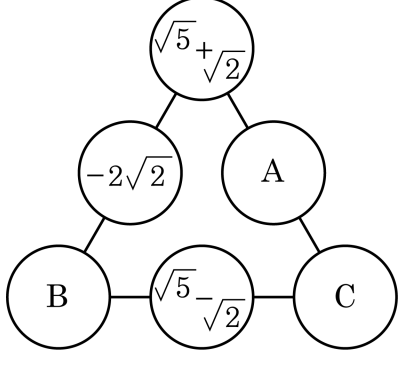
해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\text{ cm}$

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330, x^2 = 90$$

$$\therefore x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}(\text{cm})$$

32. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2}$ 에서
 $\therefore C = 0$
 $\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B$ 에서
 $\therefore A - B = -2\sqrt{2}$
 $\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$