1. $\sqrt{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}-\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② -1 ③ $3-2\sqrt{2}$

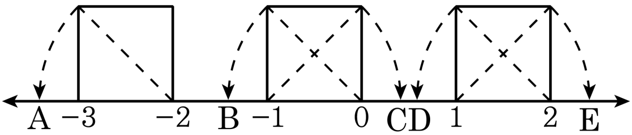
④ $-3+2\sqrt{2}$ ⑤ $1-2\sqrt{3}$

해설

$1<\sqrt{2}<2$ 이므로 $2-\sqrt{2}>0,\ 1-\sqrt{2}<0$

$$\left|2-\sqrt{2}\right|-\left|1-\sqrt{2}\right|=2-\sqrt{2}+1-\sqrt{2}$$
$$=3-2\sqrt{2}$$

2. 다음 그림의 사각형이 모두 정사각형일 때, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 말한 것을 <u>모두</u> 고르면?



① $B(-1-\sqrt{2})$ ② $C(-1+\sqrt{2})$ ③ $D(-1+\sqrt{2})$

④ $E(1+\sqrt{2})$ ⑤ $A(-2+\sqrt{2})$

해설

$A=-2-\sqrt{2}$, $B=-\sqrt{2}$, $C=-1+\sqrt{2}$, $D=2-\sqrt{2}$, $E=1+\sqrt{2}$
이므로 ②,④이다.

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것을 구하여라.

> $A = \sqrt{19} - \sqrt{11},\ B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
> ㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
> $A^2 - B^2$
> $=$ ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
> $=$ ㉢ $(19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
> $=$ ㉣ $-2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
> ㉤ $\therefore\ A < B$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11},\ B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$

A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.

$A^2 - B^2$

$= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$

$= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$

$= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$

$\therefore\ A > B$

4. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?

① $\sqrt{5}-0.01$ ② $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}$ ③ $\sqrt{3}+0.02$

④ 2 ⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

해설

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\sqrt{0.75}<\sqrt{3}$

5. $\sqrt{2}=x$, $\sqrt{3}=y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x+y$ ② x^2+y^2 ③ $\sqrt{x+y}$

④ $\sqrt{x^2+y^2}$ ⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5}=\sqrt{2+3}=\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{x^2+y^2}$$

6. $-2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 < x < 3$ 일 때,

$\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{(x-3)^2} + 2|3-x|$

$= x + 2 + x - 3 + 6 - 2x = 5$

7. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

a □ b

① $\geq$　　② $>$　　③ $\leq$　　④ $<$　　⑤ $=$

해설

2 는 $\sqrt{4}$이므로 a를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$로 바꾸어 비교해 보면 된다.

$a - b = \left(\sqrt{5} - 2\right) - \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$이므로

$\therefore a - b < 0$

8. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$0,\ \sqrt{2},\ \sqrt{1},\ -\sqrt{0.02},\ \sqrt{0.003},\ \sqrt{\dfrac{121}{100}}$

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$0,\ \sqrt{1} = 1,\ \sqrt{\dfrac{121}{100}} = \dfrac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

9. $A=\sqrt{81}+\sqrt{(-7)^2}\div\sqrt{\frac{49}{16}}-\left(-\sqrt{6}\right)^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$A=9+7\div\frac{7}{4}-6=9+4-6=7$

$\therefore A^2=49$

10. $a>0$, $b<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{4a^2}-\sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면?

① $-a-b$　　② $-a-2b$　　③ a

④ $-a$　　⑤ $-a+2b$

해설

$a>0$이므로 $2a>0$,

$b<0$이므로 $-b>0, b<0$

$(\sqrt{a})^2+\sqrt{(-b)^2}-\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{b^2}$

$=a+(-b)-(2a)-(-b)$

$=a-b-2a+b=-a$

11. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

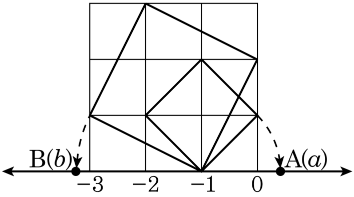
④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

12. 다음 그림을 보고 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.

② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.

③ A 의 좌표는 A$(-1+\sqrt{2})$ 이다.

④ B 의 좌표는 B$(-1-\sqrt{5})$ 이다.

⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

a 와 b 의 중점의 좌표는 $\dfrac{(-1-\sqrt{5})+(-1+\sqrt{2})}{2} = \dfrac{-2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}{2}$ 이다.

13. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2} - 2$, $b = 2\sqrt{3} - 2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < c < a$

해설

$a = \sqrt{18} - 2$, $b = \sqrt{12} - 2$, $c = 2$

$a - c = \sqrt{18} - 2 - 2 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$

$\therefore a > c$

$c - b = 2 - (\sqrt{12} - 2) = 4 - \sqrt{12} > 0$

$\therefore c > b$

$\therefore a > c > b$

14. $b < 0 < a < 2$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{(a-2)^2} = a - 2$

② $\sqrt{(2-a)^2} = a - 2$

③ $\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = 0$

④ $\sqrt{b^2} + |b| = -2b$

⑤ $\sqrt{(b-2)^2} = b - 2$

해설

① $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2) = -a + 2$$

② $a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(2-a)^2} = 2 - a$$

③ $b < a$ 이므로

$$\sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(b-a)^2} = a - b - (b - a) = 2a - 2b$$

⑤ $b < 2$ 이므로

$$\sqrt{(b-2)^2} = -(b-2) = -b + 2$$

15. 실수 a, b 에 대하여 $a<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2}+\sqrt{a^2}-\sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a+2b$ ② $-2a-2b$ ③ $-2a+2b$

④ $-2a$ ⑤ $4a-2b$

해설

$a<0,\ b>0$ 이므로 $2a-b<0,\ b-a>0$

$\sqrt{(2a-b)^2}+\sqrt{a^2}-\sqrt{(b-a)^2}$

$=|2a-b|+|a|-|b-a|$

$=-2a+b-a-b+a=-2a$

16. $a > 0,\ b > 0,\ \sqrt{ab} = 2$ 일 때, $a\sqrt{\dfrac{2b}{a}} + b\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 를 구하면?

① 2　　② $2+\sqrt{2}$　　③ $2+2\sqrt{2}$

④ $2+3\sqrt{2}$　　⑤ $2+4\sqrt{2}$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= \sqrt{a^2 \times \frac{2b}{a}} + \sqrt{b^2 \times \frac{a}{b}} \\
&= \sqrt{2ab} + \sqrt{ab} \\
&= 2\sqrt{2} + 2
\end{aligned}
$$

17. a 가 유리수 일 때, $\dfrac{a+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+1}$ 가 유리수가 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=\dfrac{1}{3}$

해설

먼저 분모를 유리화시키면

$$\frac{a+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}+1}=\frac{(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1)}{(3\sqrt{3}+1)(3\sqrt{3}-1)}$$

$$=\frac{(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1)}{26}$$

이다. 유리수가 되기 위해서 분자에 있는 근호의 값이 0 이 되어야 한다. 분자를 전개하면

$(a+\sqrt{3})(3\sqrt{3}-1)=3a\sqrt{3}-a+9-\sqrt{3}$

$3a\sqrt{3}-\sqrt{3}=0$ 이므로 $3a-1=0$

$a=\dfrac{1}{3}$ 이다.

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

19. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{1} = 1, \ \sqrt{4} = 2, \ \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1) = N(2) = N(3) = 1$

$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$

$N(9) = N(10) = 3$

$\therefore N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b<0$, $ab<0$ 일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab<0$ 이면 a와 b의 부호가 다르다.

$a-b<0$ 이면 $a<b$ 이므로 $a<0$, $b>0$ 이다.

$a<0$ 이므로 $\sqrt{a^2}=-a$, $b>0$ 이므로 $\sqrt{b^2}=b$

$a<0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=-a$

$b>0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2}=\sqrt{b^2}=b$

따라서

$\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$

$=-a+b-(-a)+b$

$=2b$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$ ㉡ $a < \dfrac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$ ㉣ $\dfrac{1}{a} < \sqrt{a}$

① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \dfrac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\dfrac{1}{4} < \sqrt{\dfrac{1}{4}}\left(= \dfrac{1}{2}\right)$ (○)

㉡ $\dfrac{1}{4} < \dfrac{1}{\frac{1}{4}}(= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\dfrac{1}{\frac{1}{4}}(= 4) > \sqrt{\dfrac{1}{4}} = \dfrac{1}{2}$ (×)

∴㉠, ㉡, ㉢

22. a는 유리수, b는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a}+b$ ② $\frac{b}{a}$ ③ a^2-b^2

④ ab ⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a=2, b=-\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 이므로 유리수이다.

③ $b=\sqrt{2}$ 일 때, $b^2=2$ 이므로 a^2-b^2 는 유리수이다.

④ $a=0$ 일 때, $ab=0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a=2, b=\sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=2$ 이므로 유리수이다.

23. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수)+ (무리수)　　② (무리수)− (무리수)

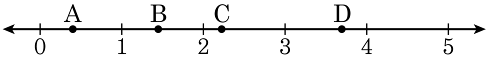
③ (유리수)× (무리수)　　④ (무리수)÷ (무리수)

⑤ (무리수)− (유리수)

해설

① $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ (유리수)
② $\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ (유리수)
③ $0\times\sqrt{2}=0$ (유리수)
④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$ (유리수)

24. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2$: $\mathrm{B}=\sqrt{2}$
$0<\sqrt{2}-1<1$: $\mathrm{A}=\sqrt{2}-1$
$a+b=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4$: $\mathrm{D}=\sqrt{3}+2$
$2<4-\sqrt{3}<3$: $\mathrm{C}=4-\sqrt{3}$
$c+d=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

25. $ab=2$ 일 때, $a\sqrt{\dfrac{8b}{a}}+b\sqrt{\dfrac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a>0$, $b>0$)

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 12 ⑤ 24

해설

$$a\sqrt{\frac{8b}{a}}+b\sqrt{\frac{32a}{b}}$$
$$=a\frac{\sqrt{8b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}+b\frac{\sqrt{32a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}$$
$$=\sqrt{8ab}+\sqrt{32ab}$$

$ab=2$를 대입하면

$$\sqrt{8ab}+\sqrt{32ab}=\sqrt{16}+\sqrt{64}=4+8=12$$

26. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$　　② $\sqrt{9}$　　③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$　　⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

27. $x=\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}$ 일 때, x^2+x+1의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x=\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}$에서

$\sqrt{3-\sqrt{3-\sqrt{3-\cdots}}}=\sqrt{3-x}=x$ 이므로

$3-x=x^2$, $x^2+x=3$

$\therefore x^2+x+1=4$

28. $-1 < a < b < 0 < c$일 때,
$\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2b+1$

해설

$-1 < a < b < 0 < c$에서

$a+1 > 0, -b > 0, a-b < 0, -2c < 0$

$\sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{4c^2}$

$= \sqrt{(a+1)^2} - \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(-2c)^2} + \sqrt{(2c)^2}$

$= (a+1) - (-b) - (a-b) - 2c + 2c$

$= a + 1 + b - a + b - 2c + 2c$

$= 2b + 1$

29. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 32　　② 33　　③ 34　　④ 35　　⑤ 36

해설

$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$

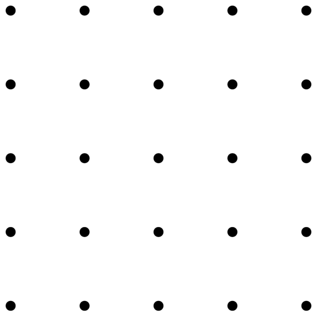
$16 < 2n < 49$

$\therefore\ 8 < n < \dfrac{49}{2} = 24.5$

$\therefore$ 최댓값 $a = 24$, 최솟값 $b = 9$

$\therefore a+b = 24+9 = 33$

30. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

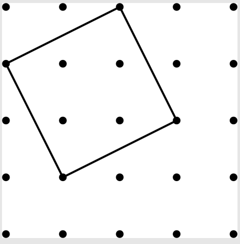


▶ 답 : ______ 개

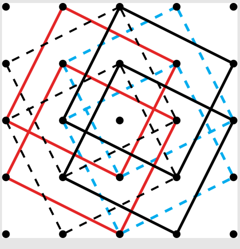
▷ 정답 : 8 개

해설

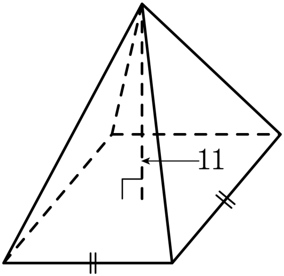
주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.



31. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 $330\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\ \mathrm{cm}}$

▷ **정답 :** $3\sqrt{10}$ $\underline{\mathrm{cm}}$

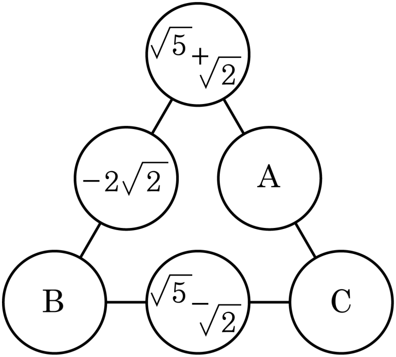
해설

밑면의 한 변의 길이 : $x\,\mathrm{cm}$

$\frac{1}{3} \times x^2 \times 11 = 330,\ x^2 = 90$

$\therefore\ x = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}\,(\mathrm{cm})$

32. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A-B+C$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$B-2\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{2}=B+C+\sqrt{5}-\sqrt{2}$에서

$\therefore\ C=0$

$\sqrt{5}+\sqrt{2}+A=\sqrt{5}-\sqrt{2}+B$에서

$\therefore\ A-B=-2\sqrt{2}$

$\therefore\ A-B+C=-2\sqrt{2}$