1. 다음은 순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ① ~ ⑤안에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것은?

$0.4\dot{3}\dot{5} = x$ 라 하면
$x = 0.4\dot{3}\dot{5} = 0.43535\cdots$
$(①)x = 4.3535\cdots$ ㉠
$(②)x = 435.3535\cdots$ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$(③)x = ④$
$\therefore x = ⑤$

① 10 ② 1000 ③ 999 ④ 431 ⑤ $\frac{431}{990}$

해설

① 10
② 1000
③ 990
④ 431
⑤ $\frac{431}{990}$

2. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $0.\dot{7} = \dfrac{7}{10}$ ② $1.\dot{3}\dot{2} = \dfrac{131}{99}$ ③ $3.\dot{4} = \dfrac{34}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \dfrac{13}{30}$ ⑤ $2.35\dot{4} = \dfrac{2211}{990}$

해설

① $0.\dot{7} = \dfrac{7}{9}$

② $1.\dot{3}\dot{2} = \dfrac{131}{99}$

③ $3.\dot{4} = \dfrac{34-3}{9} = \dfrac{31}{9}$

④ $0.3\dot{9} = \dfrac{12}{30} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$

⑤ $2.35\dot{4} = \dfrac{2354-235}{900} = \dfrac{2119}{900}$

3. $14x^2 \div (-7x) \div (-2x)$를 계산하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$14x^2 \div (-7x) \div (-2x) = 1$

4. $(4xy^2)^2 \div \square \times (-3x^2y^5) = 6x^5y^2$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식을 구하면?

① $5x^5$ ② $\frac{2}{xy}$ ③ $3x^3y^2$ ④ $\frac{x^2y}{4}$ ⑤ $-\frac{8y^7}{x}$

해설

$$\square = (4xy^2)^2 \times (-3x^2y^5) \div 6x^5y^2$$
$$= 16x^2y^4 \times (-3x^2y^5) \times \frac{1}{6x^5y^2}$$
$$= -\frac{8y^7}{x}$$

5. $(2x+5)-(x-7)$ 을 간단히 하면?

① $x-1$　② $x+1$　③ $x+12$

④ $2x+5$　⑤ $2x+12$

해설

$(2x+5)-(x-7)$
$=2x+5-x+7=x+12$

6. 어떤 다항식에서 $2x-3y+5$를 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $4x+2y-3$이 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-4x-2y-8$ ② $-2x-5y+8$ ③ $2x-5y-8$

④ $6x-y+2$ ⑤ $8x-4y+7$

해설

어떤 식을 A라 하면

$A-(2x-3y+5)=4x+2y-3$

$A=(4x+2y-3)+(2x-3y+5)=6x-y+2$

$\therefore\ (6x-y+2)+(2x-3y+5)$

$=8x-4y+7$

7. $\frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y)$ 를 간단히 하면?

① $-2x^2-xy$ ② $-2x^2-11xy$ ③ $8x^2+11xy$

④ $8x^2-xy$ ⑤ x^2+xy

해설

$$\frac{3}{2}x(2x-4y)-5x(x-y)$$
$$=3x^2-6xy-5x^2+5xy$$
$$=-2x^2-xy$$

8. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수이다.
② 모든 정수는 유리수이다.
③ 순환소수는 유리수와 유리수가 아닌 것으로 나타내어진다.
④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
⑤ 유한소수와 순환소수는 유리수이다.

해설

③ 순환소수는 유리수이다.
④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수이다.

9. $2^n = A$, $3^n = B$일 때, $\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n$을 A, B에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-\frac{B^3}{A^3}$ ② $-\frac{B^4}{A^2}$ ③ $\frac{B^2}{A^3}$ ④ $\frac{B^4}{A^2}$ ⑤ $\frac{B^2}{A^4}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{4^n} \times 27^n \div 6^n &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \div (2 \times 3)^n \\ &= \frac{1}{2^{2n}} \times 3^{3n} \times \frac{1}{2^n \times 3^n} \\ &= \frac{2^{2n} \times 2^n \times 3^n}{3^{3n}} \\ &= \frac{2^{3n}}{3^{3n-n}} \\ &= \frac{2^{2n+n}}{3^{2n}} \\ &= \frac{2^{3n}}{(3^n)^2} \\ &= \frac{(2^n)^3}{B^2} \\ &= \frac{B^2}{A^3}\end{aligned}$$

10. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$3^{2x+1} = (3^3)^{x-2}$, $2x + 1 = 3(x - 2)$

$\therefore x = 7$

11. 다음 중 계산 결과가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(-2xy^2)\times(3x)^2\div(6y)^2=-\dfrac{x^3}{2}$

② $14a^2\div(-2b^2)^2\times(2ab^2)^2=14a^4$

③ $\left(\dfrac{2}{3}a^2\right)^2\times(3b^2)^2\div(4ab^2)^2=\dfrac{a^2}{4}$

④ $(10a)^2\times(-ab^2)^2\div\left(-\dfrac{1}{3}ab^2\right)^2=25a^2$

⑤ $(-4x^2y)\div\left(-\dfrac{2}{3}y^2\right)\times(2xy^2)^3=48x^5y^5$

해설

① $(-2xy^2)\times9x^2\times\dfrac{1}{36y^2}=-\dfrac{x^3}{2}$

② $14a^2\div4b^4\times4a^2b^4=14a^4$

③ $\dfrac{4}{9}a^4\times9b^4\times\dfrac{1}{16a^2b^4}=\dfrac{a^2}{4}$

④ $(10a)^2\times(-ab^2)^2\div\left(-\dfrac{1}{3}ab^2\right)^2$
$=100a^2\times a^2b^4\div\dfrac{1}{9}a^2b^4=900a^2$

⑤ $(-4x^2y)\times\left(-\dfrac{3}{2y^2}\right)\times8x^3y^6=48x^5y^5$

12. $\square$ 안에 들어갈 가장 간단한 식을 구하여라.

$$x+4y-\{2x-(3y-\square+y)+y\}=5x-(3x+2y)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3x+9y$

해설

$x+4y-\{2x-(3y-\square+y)+y\}$

$=x+4y-(2x-3y+\square-y+y)$

$=x+4y-(2x-3y+\square)$

$=-x+7y-\square$

$-x+7y-\square=5x-3x-2y=2x-2y$

$\therefore \square=-x+7y-2x+2y=-3x+9y$

13. $\left(x^2-2+\frac{3}{x^2}\right)\left(x+\frac{5}{x}+1\right)$을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$의 계수와 x의 계수의 곱은?

① -21 ② -11 ③ 1 ④ 11 ⑤ 21

해설

$\frac{1}{x}$의 항 : $-2\times\frac{5}{x}+\frac{3}{x^2}\times x=-\frac{10}{x}+\frac{3}{x}=-\frac{7}{x}$

$\frac{1}{x}$의 계수: -7

x의 항 : $x^2\times\frac{5}{x}-2x=5x-2x=3x$

x의 계수: 3

$\therefore(-7)\times 3=-21$

14. 곱셈 공식을 이용하여 $(x+3)(x+a)$ 를 전개한 식이 $x^2+bx-12$ 이다. 이때 상수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

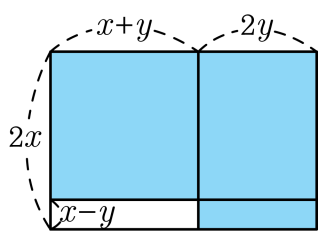
▷ 정답: $a=-4$

▷ 정답: $b=-1$

해설

$(x+3)(x+a) = x^2+(a+3)x+3a$ 가 $x^2+bx-12$ 이므로
$a+3=b$, $3a=-12$ 이다.
따라서 $a=-4$, $-4+3=b$, $b=-1$ 이다.

15. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, xy의 계수는?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (전체의 넓이) – (색칠이 안 된 부분의 넓이)
$= 2x(x+y+2y) - (x+y)(x-y)$
$= 2x(x+3y) - (x^2-y^2)$
$= 2x^2+6xy-x^2+y^2$
$= x^2+6xy+y^2$
따라서 xy 의 계수는 6이다.

16. $2x = 3y$ 일 때, $\dfrac{6x^3 - 6x^2y}{2x^3 + 3x^2y}$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{6x^3 - 6x^2y}{2x^2 + 3x^2y} &= \frac{6x^3 - 2x^2 \cdot 3y}{2x^3 + x^2 \cdot 3y} \\ &= \frac{6x^3 - 2x^2 \cdot 2x}{2x^3 + x^2 \cdot 2x} \\ &= \frac{2x^3}{4x^3} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

17. $5x-2y=-4x+y-3$ 일 때, $5x-2y+5$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $-x+3$

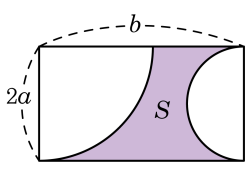
해설

$5x-2y=-4x+y-3$ 을 변형하면

$3y=9x+3,\ y=3x+1$

$$\begin{aligned} 5x-2y+5 &= 5x-2(3x+1)+5 \\ &= 5x-6x-2+5 \\ &= -x+3 \end{aligned}$$

18. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 S 라 할 때, a, b와 S 사이의 관계식을 구하여 b에 관하여 풀면? (단, S 가 아닌 부분은 각각 사분원과 반원이다.)



① $b = \dfrac{S}{2a} + \dfrac{1}{4}\pi a$ ② $b = \dfrac{S}{2a} + \dfrac{1}{2}\pi a$ ③ $b = \dfrac{S}{2a} + \dfrac{3}{4}\pi a$

④ $b = \dfrac{S}{2a} + \pi a$ ⑤ $b = \dfrac{S}{2a} + \dfrac{5}{4}\pi a$

해설

$S = 2ab - \dfrac{1}{4}\pi(2a)^2 - \dfrac{1}{2}\pi a^2 = 2ab - \dfrac{3}{2}\pi a^2$

$2ab = S + \dfrac{3}{2}\pi a^2$

$\therefore\ b = \dfrac{S}{2a} + \dfrac{3}{4}\pi a$

19. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}85714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2+8+5+7+1+4) \times 8 + (2+8) = 226$

20. $x = \frac{4}{7}$ 일 때, $10^6x - x$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 571428

해설

$x = \frac{4}{7} = 0.571428571428\cdots$ 이고

$10^6x = 571428.571428\cdots$ 이므로

$10^6x - x = 571428$ 이다.

21. $0.\dot{x}$ 의 값은 $\frac{1}{9}$ 이상 $\frac{3}{5}$ 미만이다. 이를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\frac{1}{9} \le \frac{x}{9}$ $\therefore b = 1$

$\frac{5x}{45} < \frac{27}{45}$ $\therefore a = 5$

$\therefore a - b = 4$

22. $0.\dot{4}+2\left\{\frac{1}{2}+\left(0.\dot{2}-\frac{4}{9}\right)\right\}-0.\dot{9}$를 계산하여라.

① 0 ② $0.\dot{1}$ ③ $0.\dot{1}\dot{2}$ ④ $0.\dot{4}$ ⑤ $0.\dot{8}\dot{9}$

해설

$\frac{4}{9}+2\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{9}\right)-1=\frac{4}{9}+1-\frac{4}{9}-1=0$

23. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$

$5^b = 125,\ b = 3$

$x^{3a} = x^9,\ a = 3$

$b = 3c = 3,\ c = 1$

$\therefore\ a+b-c = 3+3-1 = 5$

24. $216 = 3^m(3^n - 1)$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$216 = 3^3 \times 2^3 = 3^3 \times 8 = 3^3(3^2 - 1) = 3^m(3^n - 1)$

$m = 3,\ n = 2 \qquad \therefore\ m + n = 5$

25. $(2x-3y+1)(2x+3y-1)$ 을 전개하면?

① $4x^2-3y^2-1$　② $4x^2-9y^2-1$

③ $4x^2-9y^2+6y-1$　④ $4x^2+6y^2-3y-1$

⑤ $4x^2-3y^2+6y-1$

해설

$(2x-3y+1)(2x+3y-1)$
$=\{2x-(3y-1)\}\{2x+(3y-1)\}$
$=(2x)^2-(3y-1)^2$
$=4x^2-(9y^2-6y+1)$
$=4x^2-9y^2+6y-1$

26. 자연수 a, b 에 대하여 $(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 인 관계가 있을 때, $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$ 을 간단히 한 것은?

① $-\frac{8y}{x^2}$ ② $\frac{8y}{x^2}$ ③ $-\frac{8y}{x}$ ④ $-\frac{y}{x^2}$ ⑤ $\frac{8y^2}{x^2}$

해설

$(x^ay)^4 = x^{12}y^b$ 에서 $a = 3$, $b = 4$ 이므로

$$\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^a \div \left(\frac{1}{4}x^by^2\right)^a \times (xy)^b$$

$$= \left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 \div \left(\frac{1}{4}x^4y^2\right)^3 \times (xy)^4$$

$$= \frac{x^6y^3}{-8} \times \frac{64}{x^{12}y^6} \times \frac{x^4y^4}{1}$$

$$= -\frac{8y}{x^2}$$

27. 다음과 같은 규칙으로 수를 나열하였을 때, 25^{18} 과 크기가 같은 수는 몇 번 나오는지 구하여라.

1	2	3	4	$\cdots$
1	2^2	3^2	4^2	$\cdots$
1	2^3	3^3	4^3	$\cdots$
1	2^4	3^4	4^4	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 9 번

해설

$25^{18} = (5^2)^{18} = 5^{36}$ 으로 나타낼 수 있다.
자연수 m, n 에 대하여 $(5^m)^n = 5^{mn} = 5^{36}$ 일 때, $mn = 36$ 이 되는 순서쌍 (m, n) 은 36 의 약수의 개수만큼 나타난다.
따라서 $36 = 2^2 \times 3^2$ 에서 36 의 약수의 개수는 $(2+1)\times(2+1) = 9$ (개) 이므로 25^{18} 과 크기가 같은 수는 모두 9 번 나온다.

28. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 252

▷ 정답: 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63 의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore\ k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \cdots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore\ x = 252, 567$

29. 다음 중 가장 큰 수는?

① 2^{30} ② 3^{20} ③ 4^{15} ④ 5^{10} ⑤ 9^5

해설

① $2^{30} = (2^3)^{10}$

② $3^{20} = (3^2)^{10}$

③ $4^{15} = 2^{30} = (2^3)^{10}$

④ 5^{10}

⑤ $9^5 = 3^{10}$

따라서 가장 큰 수는 ② 이다.

30. $8^{2a+1} \div 2^{a+1} = 16^a$ 을 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$(2^3)^{2a+1} \times \dfrac{1}{2^{a+1}} = 2^{4a}$

$6a + 3 - a - 1 = 4a$

$\therefore\ a = -2$

31. 자연수 n 에 대하여 2^n, 3^n, 4^n, 5^n 각각의 일의 자리 숫자의 합을 $f(n)$ 이라 정의하고, $g(n) = 1 \times 2 \times \cdots \times n$ 이라 정의할 때, $f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1808

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복되고
3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복되고
4^n 의 일의 자리 숫자는 4, 6 이 반복되고
5^n 의 일의 자리 숫자는 5 이다.
$g(1), g(2), g(3), \cdots$ 는 각각 1, 2, 6, 24, 120, 720, $\cdots$ 에서 보듯이 $g(4)$ 부터는 모두 4 의 배수이다.
따라서
$f(g(1)) = 2 + 3 + 4 + 5 = 14$
$f(g(2)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$
$f(g(3)) = 4 + 9 + 6 + 5 = 24$
$f(g(4)) = f(g(5)) = f(g(6)) = \cdots = f(g(100))$
$= 6 + 1 + 6 + 5 = 18$
$\therefore f(g(1)) + f(g(2)) + f(g(3)) + \cdots + f(g(100))$
$= 14 + 24 + 24 + 18 \times 97 = 1808$

32. $(x^3+ax^2-x+5)(2x^3-x^2+x+b)$ 를 전개하였을 때, x^3 의 계수는 4 , x 의 계수는 9 가 되는 a, b 에 대하여 $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{4}$

해설

주어진 식에서 x^3 항은

$bx^3+ax^3+x^3+10x^3=(a+b+11)x^3$

즉, $a+b+11=4$ $\therefore\ a+b=-7\cdots$㉠

x 항은 $-bx+5x=(5-b)x$

즉, $5-b=9$ $\therefore\ b=-4\cdots$㉡

㉡를 ㉠에 대입하면 $a=-3$

따라서 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{-3}{-4}=\dfrac{3}{4}$ 이다.

33. $a+b=3$, $a^2+b^2=5$, $a>b$ 일 때, $\dfrac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5$ 에서 $ab=2$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ 이므로

$\therefore\ a-b=1\ (\because\ a>b)$

$\therefore\ \dfrac{ab}{a-b}=\dfrac{2}{1}=2$