1. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$ ③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $3^4 \times 5$

해설

$2 \overline{)\ 180}$

$2 \overline{)\ 90}$

$3 \overline{)\ 45}$

$3 \overline{)\ 15}$

5

$\therefore\ 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

2. 288 을 어떤 수 x 로 나누어 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$

가장 작은 자연수 x 는 2 이다.

3. 10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

10 이하의 자연수 중에서 4 와 서로소인 자연수는
1, 3, 5, 7, 9
따라서 서로소인 자연수의 개수는 5

4. 두 수 $2^4 \times 5^3$, $2^a \times 3^2 \times 5^b$ 의 최대공약수가 50 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

최대공약수가 $50 = 2 \times 5^2$ 이고
$2^4 \times 5^3$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 2 의 지수가 1 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^4 \times 5^3$ 에서 5 의 지수가 3 이므로
$2^a \times 3^2 \times 5^b$ 에서 5 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 1$, $b = 2$

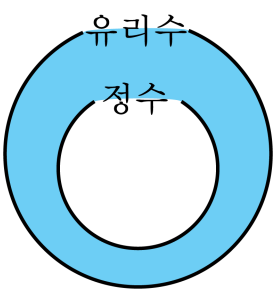
5. 두 자연수의 최대공약수는 20 이다. 이 두 수의 공약수를 모두 고르면?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 20 의 약수이므로 $1, 2, 4, 5, 10, 20$ 이다.
따라서 주어진 수 중에서 두 자연수의 공약수를 모두 고르면 $5, 10$ 이다.

6. 다음 그림을 보고, 보기 중에서 색칠한 부분에 속하는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.



보기

$-\frac{4}{5},\ 3.7,\ 10,\ -1,\ 0,\ \frac{9}{3},\ +1.5,\ 2,\ +\frac{4}{8}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

색칠한 부분을 나타내는 수는 정수가 아닌 유리수이다.
따라서 색칠한 부분에 속하는 수는
$-\frac{4}{5}, 3.7, +1.5, +\frac{4}{8}$ 의 4개이다.

7. 다음 수를 수직선 위에 나타내었을 때, 원점과 가장 멀리 떨어져 있는 것은?

① -5 ② 7 ③ -1 ④ 11 ⑤ $-\frac{12}{2}$

해설

수직선 위에 나타내었을 때, 원점에서 가장 멀리 떨어져 있는 수는 절댓값이 가장 큰 수를 의미한다. 각 수의 절댓값은 다음과 같다.
① 5
② 7
③ 1
④ 11
⑤ 6
따라서 절댓값이 가장 큰 수는 ④이다.

8. 다음 계산 과정 중 덧셈의 교환법칙, 결합법칙이 사용된 곳을 차례로 찾으면?

$$
\begin{aligned}
&(-13)-(-22)+(+27)-(+16) \\
&=(-13)+(+22)+(+27)+(-16) \quad \text{ㄱ} \\
&=(-13)+(-16)+(+22)+(+27) \quad \text{ㄴ} \\
&=\{(-13)+(-16)\}+\{(+22)+(+17)\} \quad \text{ㄷ} \\
&=-(13+16)+(22+17) \quad \text{ㄹ} \\
&=(-28)+(+39) \quad \text{ㅁ} \\
&=+11
\end{aligned}
$$

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㅁ ③ ㄴ, ㄱ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

해설

덧셈의 교환법칙 : $a+b=b+a$
덧셈의 결합법칙 : $(a+b)+c=a+(b+c)$
따라서, ㄴ : 교환법칙
ㄷ : 결합법칙이 사용되었다.

9. 다음 중 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아닌 것은?

① 5×2^3　② 80　③ $2^3 \times 3 \times 5$

④ 125　⑤ 225

해설

② 80 을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$ 이다. 2^4 은 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수가 아니다.

④ 125 를 소인수분해하면 $125 = 5^3$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

⑤ 225 를 소인수분해하면 $225 = 3^2 \times 5^2$ 이므로 $2^3 \times 3^3 \times 5^3$ 의 약수이다.

10. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 2×5 ③ $2^2\times5^2$

④ $2\times3\times5$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$250=2\times5^3$, $360=2^3\times3^2\times5$,
$960=2^6\times3\times5$ 이므로
최대공약수는 2×5

11. 다음 중 두 수 $2^2\times5^3\times11$, $2\times5^2\times11^2$ 의 공배수가 아닌 것은?

① $2^2\times5^3\times11^2$ ② $2^2\times5^4\times11^3$

③ $2^2\times5^3\times7\times11^2$ ④ $2^3\times5^2\times11^2$

⑤ $2^3\times5^3\times11^4$

해설

최소공배수가 $2^2\times5^3\times11^2$ 이므로 5 의 지수가 최소공배수보다 작은 $2^3\times5^2\times11^2$ 는 공배수가 될 수 없다.

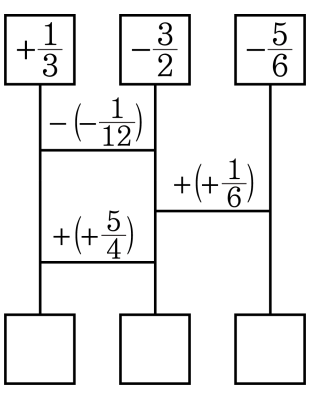
12. 가로의 길이가 720cm, 세로의 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

① 140 개 ② 160 개 ③ 180 개
④ 200 개 ⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는
$2^2 \times 3^2 = 36$
따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는
$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140$ (개) 이다.

13. 사다리를 타면서 계산하여 □안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.



▶ 답:

▶ 답:

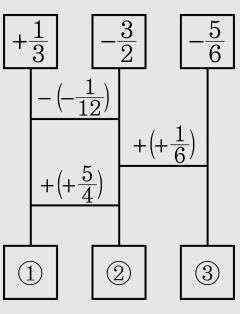
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{12}$

▷ 정답: $-\frac{1}{6}$

▷ 정답: $\frac{7}{12}$

해설



① $\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$
$=\left(-\frac{4}{6}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$
$=\left(-\frac{8}{12}\right)+\left(+\frac{15}{12}\right)=\frac{7}{12}$

② $\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$
$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$
$=\left(-\frac{18}{12}\right)+\left(+\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)$
$=\left(-\frac{17}{12}\right)+\left(+\frac{15}{12}\right)$
$=-\frac{2}{12}=-\frac{1}{6}$

③ $\left(+\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)$
$=\left(+\frac{4}{12}\right)+\left(+\frac{1}{12}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)$
$=\left(+\frac{5}{12}\right)+\left(+\frac{2}{12}\right)=\frac{7}{12}$

14. $1.8 \div \frac{1}{a} = 1,\ 5.4 \times \frac{1}{b} = 1$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{18}{10} \times a = 1 \therefore\ a = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

$5.4 \times \frac{1}{b} = 1 \therefore\ b = 5.4$

$\therefore\ a \times b = \frac{5}{9} \times \frac{54}{10} = 3$

15. $a-\frac{1}{2}=-\frac{7}{6}$, $-\frac{4}{15}\times b=\frac{1}{10}$ 일 때, $a\times b$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $-\frac{1}{8}$

해설

$a-\frac{1}{2}=-\frac{7}{6}$

$a=-\frac{7}{6}+\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}$

$-\frac{4}{15}\times b=\frac{1}{10}$

$b=\frac{1}{10}\div\left(-\frac{4}{15}\right)=-\left(\frac{1}{10}\times\frac{15}{4}\right)=-\frac{3}{8}$

$\therefore\ a\times b=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{4}$

16. 세 수 a, b, c 에 대하여 $\frac{a}{b} < 0$, $-\frac{b}{c} < 0$, $\frac{a}{c} < 0$ 일 때, 다음 중 항상 양수인 것은?

① $(-a) \times (-b)$ ② $(-b) \times (-c)$ ③ $a - b$

④ $b - a$ ⑤ $a - c$

해설

$\frac{a}{b} < 0$,$\frac{a}{c} < 0$ 에서 a와 b, a와 c의 부호가 다르며, $-\frac{b}{c} < 0$ 에서 b 와 c 의 부호가 같음을 알 수 있다.
a와 b가 부호가 다르므로 ①은 음수이며, b와 c가 부호가 같으므로 ②가 항상 양수이다.
③, ④, ⑤는 알 수 없다.

17. 세 수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여$a \times b = -8,\ a \times (b + c) = -22$ 일 때, $a \times c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$ab = -8,\ ab + ac = -22$

$\therefore\ ac = -14$

18. 옛날부터 우리나라에는 십간(☒☒)과 십이지(☒☒☒)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004

을	병	정	무	기	경	신
유	술	해	자	축	인	묘
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011

① 1831년 ② 1881년 ③ 1951년
④ 2071년 ⑤ 2131년

해설

십간(☒☒)의 10가지와 십이지(☒☒☒)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

19. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54 ⑤ 100

해설

$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$
가장 작은 $a = 2 \times 3 = 6$
$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$
$\therefore A = 12$

20. 세 자연수 $2^2 \times A, 2 \times 3 \times A, 3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A, 2 \times 3 \times A, 3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A, 2 \times 3 \times A, 3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

21. 1 부터 n 까지의 유리수 중에서 분모가 5 인 정수가 아닌 유리수의 개수가 100 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

해설

1부터 n 까지의 유리수는
$\frac{5}{5}$ 부터 $\frac{5n}{5}$ 까지의 유리수이다.
이 중 n 개의 정수가 있으므로
$5n - 4 - n = 100$ 이다.
따라서 $4n = 104,\ n = 26$ 이다.

22. $-10 < x < 9$인 서로 다른 세 정수 a, b, c 에 대하여 $|a|+|b|+|c|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $|m-M|$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$-10 < x < 9$인 정수는
-9, -8, -7, $\cdots$, 7, 8 이므로
$|a|+|b|+|c|$ 의 최댓값은
$M = |-9|+|-8|+|8| = 9+8+8 = 25$
$|a|+|b|+|c|$ 의 최솟값은
$m = |-1|+|0|+|+1| = 1+0+1 = 2$
$\therefore |m-M| = |2-25| = |-23| = 23$

23. $2^a \times 3^b$ 의 약수의 개수가 6 개 일 때, $2^a \times 3^b$ 이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 a, b 를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

해설

자연수 A 가 $A = a^m \times b^n$ 으로 소인수분해될 때 (A 의 약수의 개수)는 $(m+1) \times (n+1)$ 개 이다.

$$\begin{aligned} 6 &= 1 \times 6 = (0+1) \times (5+1) \\ &= 6 \times 1 = (5+1) \times (0+1) \\ &= 2 \times 3 = (1+1) \times (2+1) \\ &= 3 \times 2 = (2+1) \times (1+1) \end{aligned}$$

이므로, (a, b) 의 순서쌍으로 가능한 순서쌍은 모두 $(0, 5)$, $(5, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$ 이다.

i) $(a, b) = (0, 5)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^0 \times 3^5 = 1 \times 3^5 = 243$ 이다.

ii) $(a, b) = (5, 0)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^5 \times 3^0 = 2^5 \times 1 = 32$ 이다.

iii) $(a, b) = (1, 2)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^1 \times 3^2 = 18$ 이다.

iv) $(a, b) = (2, 1)$ 일 때,
구하고자 하는 수는 $2^2 \times 3^1 = 12$ 이다.

따라서 i), ii) iii), iv) 에서 가장 작은 수는 12 이다.

24. 자연수 n 과 48 의 최대공약수가 12 이고 $(n+45)$ 가 13 의 배수일 때, n 의 값을 구하여라.(단, 자연수 n 은 세자리 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 228

해설

$n = 12 \times a,\ 48 = 12 \times 4$ 이므로 a 는 2 의 배수가 아니다.
$n + 45 = 13b$ 에서 $12a + 45 = 13b$
$12a + 6 + 39 = 13b,\ 12a + 6 = 13b - 39$
$6(2a + 1) = 13(b - 3)$ 이므로
$2a + 1$ 은 13 의 배수이어야 한다.
$2a + 1 = 13k, a = \dfrac{13k - 1}{2}$
$k = 1, 2, 3, 4 \cdots$ 을 대입하고, a 는 짝수가 아니므로 $a = 19$ 이다.
따라서 n 은 $19 \times 12 = 228$ 이다.

25. 다음 식을 계산한 값의 0의 개수를 구하여라. (단, $2^{10}=1024$)

$2^{10}\times(5^{10}+2^4)$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5개

해설

$2^{10}\times(5^{10}+2^4)=2^{10}\times5^{10}+2^{10}\times2^4$

$=10^{10}+1024\times16$

$1024\times16=16384$이므로

$\therefore$ (0의 개수)$=10-5=5$(개)