1. 직사각형의 넓이가 $(a+b)(a+b+1)-30$ 이고, 가로의 길이가 $(a+b-5)$ 일 때, 이 직사각형의 세로의 길이를 구하면?

① $a+b+2$ ② $a-b+6$ ③ $a+b-6$
④ $a+b+6$ ⑤ $a-b+5$

해설

$a+b=A$ 라 두면

$$\begin{aligned} A(A+1)-30 &= A^2+A-30 \\ &= (A+6)(A-5) \\ &= (a+b+6)(a+b-5) \end{aligned}$$

따라서 세로의 길이는 $a+b+6$ 이다.

2. $0 < x < 2$ 일 때,
$\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$ 을 간단히 하면?

① x　　② $4-x$　　③ $x+4$

④ $3x+4$　　⑤ $4-3x$

해설

$0 < x < 2$ 에서 $-x < 0, x-2 < 0, 2-x > 0$

$\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$

$= -(-x) - \{-(x-2)\} + (2-x)$

$= x + (x-2) + (2-x) = x$

3. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a+12$　② $-2a+2b$　③ 0
④ $2a-12$　⑤ $2b-12$

해설
$a < b$ 에서 $a-b < 0$
$5 < a$ 에서 $5-a < 0$
$5 < b$ 에서 $b-5 > 0$
(주어진 식) $= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5)$
$= -a+b+5-a+b-5$
$= -2a+2b$

4. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

① $a-3$ ② $-2a-3$ ③ $-2a+1$
④ 3 ⑤ 1

해설
$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$
$= -(a-2) - (a+1)$ ($\because$ $a-2<0,\ a+1>0$)
$= -a+2-a-1$
$= -2a+1$

5. $x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$ 을 인수분해하면 $(ax + by + c)(x + y + 4)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 2$

해설

$x^2 - y^2 + 6x - 2y + 8$
$= x^2 + 6x - (y^2 + 2y - 8)$
$= x^2 + 6x - (y + 4)(y - 2)$
$= \{x - (y - 2)\}\{x + (y + 4)\}$
$= (x - y + 2)(x + y + 4)$
$\therefore\ a = 1,\ b = -1,\ c = 2$
$\therefore\ a + b + c = 2$

6. $x^2+2xy+y^2-5x-5y$를 인수분해하면?

① $(x+y)(x+y-5)$
② $(x+y)(x+y-10)$
③ $(x-y)(x+y-5)$
④ $(x-y)(x-y-5)$
⑤ $(x+y)(x-y+10)$

해설

$(x+y)^2-5(x+y)=(x+y)(x+y-5)$

7. 밑면의 가로와 세로가 각각 $x+y$, $2x+1$ 인 정육면체의 부피가 $2x^3+2x^2y+7x^2+7xy+3x+3y$ 이다. 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

y 에 관하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2x^2+7x+3)y+2x^3+7x^2+3x \\ &= (2x^2+7x+3)y+(2x^2+7x+3)x \\ &= (x+y)(2x^2+7x+3) \\ &= (x+y)(2x+1)(x+3)\end{aligned}$$

정육면체이므로

$x+y=2x+1=x+3$

$2x+1=x+3$

$x=2,\ y=3$

(한 모서리의 길이)

$=x+y=2x+1=x+3=5$

8. $-1 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(1-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

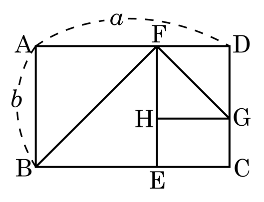
▶ 답 :

▷ 정답 : $-x+2$

해설

$x+1>0,\ x<0,\ 1-x>0$ 이므로
(준식) $= x+1-x+1-x = -x+2$

9. 다음 그림에서 □ABEF 와 □FHGD 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a-b)(ta+sb)$ 이다. $t+s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t+s=1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{HE}} = b-(a-b) = 2b-a, \overline{\mathrm{EC}} = a-b$
남은 사각형의 넓이는 $(2b-a)(a-b)$ 이다.
따라서 $t=-1,\ s=2$ 이므로 $t+s=1$ 이다.

10. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)

① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
③ ∠A 가 직각인 직각삼각형 ④ ∠B 가 직각인 직각삼각형
⑤ ∠C 가 직각인 직각삼각형

해설

$b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c$
$=b^2(b+c)+b(c^2-a^2)+c(c^2-a^2)$
$=b^2(b+c)+(b+c)(c^2-a^2)$
$=(b+c)(b^2+c^2-a^2)=0$
b, c는 삼각형이 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2+c^2-a^2=0$, $b^2+c^2=a^2$
∠A 가 직각인 직각삼각형이다.

11. 유리수 a, b가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$을 만족할 때,
$\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a+\frac{1}{a}\right) + \left(a-\frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

12. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$ 을 인수분해 하였더니 $(x + ay + b)(x + cy + d)$ 가 되었다. 이때, $a - b + c - d$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

x 에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$x^2 - 2(2y + 3)x + 3y^2 + 2y - 16$

$= x^2 - 2(2y + 3)x + (y - 2)(3y + 8)$

$= (x - y + 2)(x - 3y - 8)$

$\therefore\ a = -1,\ b = 2,\ c = -3,\ d = -8$

$\therefore\ a - b + c - d = 2$

13. $a^3+b^3+c^3=3abc$ 일 때, $\frac{2b}{a}+\frac{c}{2b}+\frac{2a}{c}$ 의 값을 구하여라. (단, $a+b+c\neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc=0$

$\frac{1}{2}(a+b+c)\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

이때 $a,\ b,\ c$ 는 실수이고 $a+b+c\neq 0$ 이므로

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ \frac{2b}{a}+\frac{c}{2b}+\frac{2a}{c}=\frac{9}{2}$

14. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=3$

해설

$x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$
$=x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2$
$=(x+2)(x^2-3y+1)$
따라서 $a=1,\ b=2$ 이므로
$a+b=3$ 이다.