

1. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{17}{10}$ ② 0 ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2}-\sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \\ \therefore a &= 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a+b = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

2. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{25}{9}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $-\frac{25}{9}$ ⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 12x + 13 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - 2b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 0 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$2x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = -13 + 18$$

$$(x - 3)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a - 2b = -8$$

4. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \\
 & x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a} \\
 & x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1} \\
 & (x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3} \\
 & x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$\begin{aligned}
 & ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0) \\
 & \text{양변을 } a \text{ 로 나누고 상수항을 이항하면} \\
 & x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}, \\
 & \text{양변에 } \frac{b^2}{a^2} \text{ 을 더하면} \\
 & x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2} \\
 & \left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2} \\
 & x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \\
 & x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a} \\
 & \therefore \textcircled{5} \text{가 잘못 되었다.}
 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}\end{aligned}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

6. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 n 의 개수는?

① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7 개)

7. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{8}+\sqrt{9}}$ 를 계산하면?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \cdots + \sqrt{9} - \sqrt{8} = -1 + \sqrt{9} = -1 + 3 = 2$$

8. 이차방정식 $x^2 - 6x + 1 + a = 0$ 이 유리수 근을 가질 때, 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

근의 공식에 의해 x 를 구하면

$$x = 3 \pm \sqrt{9 - (1 + a)}$$

x 가 유리수가 되려면 a 가 자연수이므로 $9 - (1 + a)$ 는 8보다 작은 제곱수가 되어야 한다.

$$9 - (1 + a) = 8 - a \text{ 이므로}$$

a 의 값은 4, 7, 8이다.

9. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답 : $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 + 4x - 6 = 0$$

$$x = -2 \pm \sqrt{10}$$

이때, $x < 0$ 이므로

$$\therefore x = -2 - \sqrt{10}$$

ii) $0 \leq x \leq 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$$

$$x^2 - 2x - 6 = 0$$

$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.

iii) $x > 2$ 일 때

$$x^2 - 3x - 4 = x - 2$$

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{6}$$

$x > 2$ 이므로

$$\therefore x = 2 + \sqrt{6}$$

따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

10. $x = 2 + 3\sqrt{7}$, $y = a - 2\sqrt{7}$ 일 때, $4x^2 + 9y^2 + 12xy + 2x + 3y = 12$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$4x^2 + 9y^2 + 12xy + 2x + 3y = 12$$

$$(2x + 3y)^2 + (2x + 3y) - 12 = 0$$

$$(2x + 3y - 3)(2x + 3y + 4) = 0$$

$$2x + 3y = 3 \text{ 또는 } 2x + 3y = -4$$

(i) $2x + 3y = 3$ 일 때

$$2(2 + 3\sqrt{7}) + 3(a - 2\sqrt{7}) = 3$$

$$4 + 3a = 3$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

(ii) $2x + 3y = -4$ 일 때

$$4 + 3a = -4$$

$$\therefore a = -\frac{8}{3}$$

(i), (ii) 에서 $a = -\frac{1}{3}$ 또는 $a = -\frac{8}{3}$

$$\therefore -\frac{1}{3} - \frac{8}{3} = -3$$