

1. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

2. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

3. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

4. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

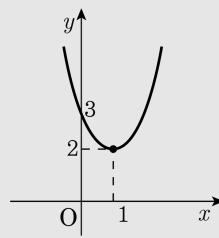
$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

5. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의 함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과 같다.
 $f(0) = 3, f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



6. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$, $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A = x^3 + x^2 + x + 2, B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

② $A = x^3 - x^2 + x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③ $A = x^3 - x^2 + x - 2, B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④ $A = x^3 - x^2 - x + 2, B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤ $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6, B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{1} - \textcircled{2}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, $xf(x)-3$ 을 $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$

② $xQ(x), -R+3$

③ $xQ(x), -R-6$

④ $xQ(x)+R, -R-3$

⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)+R\} - R - 3$$

8. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$$a - b = 2004 - 2001 = 3$$

$$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$$

9. x^2 항의 계수가 1인 두 이차식의 최대공약수가 $x+3$, 최소공배수가 x^3+4x^2+x-6 일 때 두 이차식의 합은?

- ㉠ $2x^2+7x+3$ ㉡ $2x^2-3x-9$ ㉢ $2x^2+3x+9$
㉣ $2x^2+6x+4$ ㉤ $2x^2-x-1$

해설

두 다항식을 각각 $(x+3)(x-\alpha)$, $(x+3)(x-\beta)$ 라면,
최소공배수 $x^3+4x^2+x-6=(x+3)(x-\alpha)(x-\beta)$
 $x^3+4x^2+x-6=(x+3)(x^2+x-2)$
 $= (x+3)(x+2)(x-1)$
따라서 두 다항식은 $(x+3)(x+2)$, $(x+3)(x-1)$
 $\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2+7x+3$

10. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} = 2-i$ 가 성립할 때, $2x+y$ 의 값은?

① 8 ② 7 ③ 5 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{1+i} + \frac{y}{1-i} &= \frac{x(1-i) + y(1+i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2}\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(x+y) + (-x+y)i}{2} = 2-i \text{ 이므로,}$$

복소수의 상등에서 $x+y=4, -x+y=-2$

이것을 풀면 $x=3, y=1$

따라서, $2x+y=2 \times 3 + 1 = 7$

11. $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 z 에 대하여 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$, $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \frac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi}, \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{w} &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)} \\ &= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1 \end{aligned}$$

12. 다음 등식을 만족하는 실수 x 의 값을 a , y 의 값을 b 라 할 때, $a+2b$ 의 값을 구하여라.

(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(2+i)(\overline{x+yi})=5(1-i)$$

$$\overline{(x+yi)}=\frac{5(1-i)}{2+i}=1-3i$$

$$x+yi=1+3i$$

$$a=1, \quad b=3$$

$$\therefore a+2b=7$$

13. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x = 4$

14. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a - 1$, $b - 1$ 일 때, ab 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $a - 1$, $b - 1$ 이므로

두 근의 합은 $a + b - 2 = a$

$b - 2 = 0$ 이므로 $b = 2$

두 근의 곱은

$$\begin{aligned}(a - 1)(b - 1) &= ab - a - b + 1 \\ &= 2a - a - 2 + 1 = a - 1 = 2\end{aligned}$$

따라서 $a = 3$ 따라서 $ab = 2 \cdot 3 = 6$

15. 1985년부터 1995년까지 5년 간격으로 조사한 우리나라의 농가인구 비율 P 는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

연도	85	90	95
인구비율 (%)	20.9	15.5	10.8
인구(1000명)	8521	6661	4851

$P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$

이 때, $t = 0$ 은 1985년을 나타낸다. 이 식을 $t = 0$ 이 1990년을 나타내도록 변형하면?

- ① $P = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$
② $P = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$
③ $P = 0.35(t - 1)^2 - 5.75(t - 1) + 20.9$
④ $P = 0.35(t + 2)^2 - 5.75(t + 2) + 20.9$
⑤ $P = 0.35(t - 2)^2 - 5.75(t - 2) + 20.9$

해설

$P_1(t) = 0.35t^2 - 5.75t + 20.9$ 일 때,
 $t = 0 \rightarrow 1985$ 년, $t = 1 \rightarrow 1990$ 년, $t = 2 \rightarrow 1995$ 년
 $P_2(t) = 0.35(t + 1)^2 - 5.75(t + 1) + 20.9$ 이면,
 $P_2(0) = P_1(1)$ 이므로 $P_2(t)$ 에서
 $t = 0 \rightarrow 1990$ 년임을 알 수 있다.

16. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1
일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z 라 하면 주어진 조건으로부터
 $x + y + z = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $x^2 + y^2 + z^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 이므로
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 에서 $0^2 = 1 + 2(xy + yz + zx)$
 $\therefore xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $\frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{3}{2}$ 이므로
 $3xyz = 2(xy + yz + zx)$
 $\therefore xyz = -\frac{1}{3}$
또, $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
 $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $x + y + z = 0$ 이므로
 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$

17. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?
- ① 정삼각형

② 직각삼각형

③ 이등변삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$

$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$

$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

$(a+b \neq 0)$

$c^2 - a^2 - b^2 = 0$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

18. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫이 Q 이고 나머지가 R 이면, A, B 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수임을 보이는 과정을 나타낸 것이다.

$A = BQ + R$ 이 성립한다. A, B 의 공약수를 g 라 하면
 $A = ag, B = bg$ (a, b, g 는 다항식) ... ㉠로 쓸 수 있다.
이 때, $R = A - BQ = (a - bQ)g$ 에서 g 는 R 의 약수이다.
 $\therefore g$ 는 B, R 의 공약수이다. ... ㉡
역으로, B, R 의 공약수를 g' 이라 하면
 $B = b'g', R = r'g'$ (b', r', g' 은 다항식) ... ㉢' 으로 쓸 수 있다.
이 때, $A = BQ + R = (b'Q + r')g'$ 에서 g' 은 A 의 약수이다.
 $\therefore g'$ 은 A, B 의 공약수이다. ... ㉣'
이상에서 $(g \mid g \text{ 는 } A, B \text{ 의 공약수}) = (g' \mid g' \text{ 은 } B, R \text{ 의 공약수})$... ㉤
 $\therefore A, B$ 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수이다. ... ㉥

위 과정에서 옳지 않은 것은?

- ① ㉠, ㉢'

② ㉣, ㉣'

③ ㉤
- ④ ㉥

⑤ 없다.

해설

유클리드의 호제법의 원리를 설명한 것으로 옳지 않은 과정은 없다.

19. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

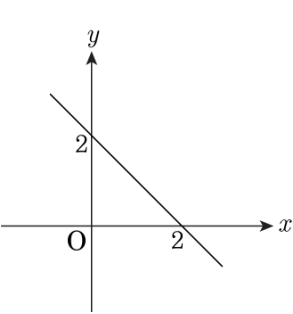
해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ &\text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 \quad (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)\end{aligned}$$

20. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

21. n 이 자연수일 때, x 의 정식 $x^n(x^2+ax+b)$ 를 $(x-3)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $3^n(x-3)$ 이 될 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^n(x^2+ax+b)=(x-3)^2Q(x)+3^n(x-3)\cdots\textcircled{1}$$

$$x=3\text{을 대입하면 }3^n(9+3a+b)=0$$

$$\therefore b=-3a-9\cdots\textcircled{2}$$

②를 ①에 대입하면

$$x^n(x^2+ax-3a-9)=(x-3)^2Q(x)+3^n(x-3)$$

$$\therefore (x-3)\{x^n(x+a+3)\}=(x-3)\{(x-3)Q(x)+3^n\}$$

양변을 $x-3$ 으로 나눈 몫을 비교하면

$$x^n(x+a+3)=(x-3)Q(x)+3^n$$

$$x=3\text{을 대입하면 }3^n(6+a)=3^n\therefore 6+a=1\therefore a=-5$$

$$\textcircled{2}\text{에서 }b=6$$

$$\therefore a=-5, b=6\therefore a+b=1$$

22. $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$ 을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 없는 것은?

- ① $a + b$
- ② $2a - 2b$
- ③ $2b - 2a$
- ④ $2b - 2c$
- ⑤ 0

해설

a 에 대한 내림차순으로 정리한다.
 $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$
 $= (c-b)a^2 - (c^2-b^2)a + bc^2 - b^2c$
 $= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b)$
 $= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\}$
 $= (c-b)(a-b)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $= (a-b)(b-c)(c-a) \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $= (b-c)(b-a)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $= (c-a)(b-c)(b-a) \cdots \textcircled{\text{㉣}}$
㉠식 : 세항을 모두 더하면 $2a - 2b$
㉡식 : 세항을 모두 더하면 0
㉢식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2c$
㉣식 : 세항을 모두 더하면 $2b - 2a$

23. x 에 대한 방정식 $x^2 - 2px + p + 2 = 0$ 의 모든 근의 실수부가 음이 되도록 하는 실수 p 의 값의 범위는?

- ① $-2 < p < 0$
- ② $-2 \leq p < 0$
- ③ $-2 < p \leq 0$
- ④ $-2 \leq p \leq 0$
- ⑤ $0 \leq p < 2$

해설

$x^2 - 2px + p + 2 = 0$ 의 근은

$x = p \pm \sqrt{p^2 - p - 2} \dots\dots \textcircled{1}$

(i) $\textcircled{1}$ 이 실근일 때

$p^2 - p - 2 \geq 0, 2p < 0, p + 2 > 0$

$\therefore -2 < p \leq -1$

(ii) $\textcircled{1}$ 이 허근일 때

$p^2 - p - 2 < 0$ 이고 $p < 0$

$\therefore -1 < p < 0$

이상에서 구하는 p 의 조건은 $-2 < p < 0$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

$$y = a(x - 2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

25. 함수 $f(x) = (x^2 - 4x + 2)^2 - 4(x^2 - 4x + 2)$ 일 때, $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = (x^2 - 4x + 2)^2 - 4(x^2 - 4x + 2)$
 $t = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$ 라 하면
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $-2 \leq t \leq 2$
 $f(t) = t^2 - 4t = (t - 2)^2 - 4$
 $\therefore -2 \leq t \leq 2$ 에서 $-4 \leq f(t) \leq 12$
따라서 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 -4 이다.