

1. $\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8-5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{3} = \sqrt{12} < 4 = \sqrt{16} < \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(4-2\sqrt{3})^2} - \sqrt{(3\sqrt{3}-4)^2}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} - (3\sqrt{3} - 4)$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 4$$

$$= 8 - 5\sqrt{3}$$

2. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6-4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6+4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$|3-2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2}-3|$$

$$= 3-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}-3 = 0$$

3. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

4. $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$ 을 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이고, $\sqrt{48} \div \sqrt{12}$ 를 간단히 하였더니 $\sqrt{b}$ 일 때, 자연수 $a+b$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 14

④ 18

⑤ 24

해설

$$\sqrt{\frac{18}{6} \times \frac{10}{3}} = \sqrt{10} \text{ 이므로 } a = 10$$

$$\sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} \text{ 이므로 } b = 4$$

따라서 $a+b = 10+4 = 14$ 이다.

5. $\sqrt{72}\sqrt{8}\div\sqrt{12}=a$, $4\sqrt{6}\times\sqrt{15}\div2\sqrt{10}=b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\frac{\sqrt{9\times8}\sqrt{8}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{9\times8\times8}{12}}=4\sqrt{3}=a$$

$$\frac{4}{2}\sqrt{6\times15\times\frac{1}{10}}=6=b$$

$$\therefore \frac{b}{a}=\frac{6}{4\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{4\times3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

6. $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 을 계산하면?

- ① $3\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{5}$ ④ $12\sqrt{6}$ ⑤ $20\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= 20\sqrt{5}\end{aligned}$$

7. $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{14}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}+\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{(\sqrt{15}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}+\frac{(\sqrt{14}+\sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\&= \sqrt{5}-1+\sqrt{7}+1 \\&= \sqrt{5}+\sqrt{7}\end{aligned}$$

8. $x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{\sqrt{6}}{2}$

해설

$$x = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{3 + \sqrt{6}}{3}, y = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{3 - \sqrt{6}}{3} \text{ 이므로}$$

$$x + y = 2, x - y = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \frac{x+y}{x-y} = \frac{2}{\frac{2\sqrt{6}}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ 이다.}$$

9. $\frac{\sqrt{12}-18}{\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $A\sqrt{2}+B\sqrt{6}$ 이 되었다. $A+B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$\frac{\sqrt{12}-18}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{72}-18\sqrt{6}}{6} = \sqrt{2}-3\sqrt{6}$ 이다. 따라서 $A=1, B=-3$ 이므로 $A+B=-2$ 이다.

10. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

11. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

12. 다음 중 $x^4 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 - 1$

⑤ $x^2 + x - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 1 &= (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

13. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

14. $x^4 - 10x^2 + 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 3$

③ $x^2 - 1$

④ $x + 9$

⑤ $x^4 - 10x^2 + 9$

해설

$$(x^2 - 1)(x^2 - 9) = (x + 1)(x - 1)(x + 3)(x - 3)$$

15. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

16. $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2 - x^2$ 을 이용하여 $x^4 + x^2 + 1$ 의 인수들을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $x^2 + x + 1$

▷ 정답 : $x^2 - x + 1$

▷ 정답 : $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$

해설

$x^4 + x^2 + 1 = (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ 이므로
인수는 1, $x^2 + x + 1$, $x^2 - x + 1$, $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ 이다.

17. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

18. $x^4 - 5x^2 + 4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 1$ ④ $x - 2$ ⑤ $x - 4$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\&= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

19. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ $2\sqrt{2} + 3$

⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}x - 1 &= \sqrt{2} \text{ 이므로} \\x^2 - 2x + 8 &= (x^2 - 2x + 1) + 7 \\&= (x - 1)^2 + 7 \\&= (\sqrt{2})^2 + 7 \\&= 9\end{aligned}$$

20. $x = 4$, $y = 2\sqrt{3} - 4$ 일 때, $x^2 - y^2 + 12$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2\sqrt{3}, \quad x - y = 8 - 2\sqrt{3} \text{ 이므로} \\x^2 - y^2 + 12 &= (x + y)(x - y) + 12 \\&= 2\sqrt{3} \times (8 - 2\sqrt{3}) + 12 \\&= -12 + 16\sqrt{3} + 12 \\&= 16\sqrt{3}\end{aligned}$$

21. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$x + y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{3},$$

$$x - y = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = (x + y)(x - y) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$$

22. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누어 주면,

$x - 3 - \frac{1}{x} = 0$ 이므로 $x - \frac{1}{x} = 3$ 이다.

$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11$

23. $x + \frac{2}{x} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $3x^2 + \frac{12}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{4}{x^2} &= \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 4 \\&= (3\sqrt{2})^2 - 4 \\&= 18 - 4 \\&= 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + \frac{12}{x^2} &= 3\left(x^2 + \frac{12}{x^2}\right) \\&= 3 \times 14 \\&= 42\end{aligned}$$

24. $x = 2 + 5\sqrt{3}$ 일 때, $2x^2 - 11x - 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $130 - 15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 11x - 6 &= (2x + 1)(x - 6) \\ &= \{2(2 + 5\sqrt{3}) + 1\} \{2 + 5\sqrt{3} - 6\} \\ &= (5 + 10\sqrt{3})(-4 + 5\sqrt{3}) \\ &= -20 + 25\sqrt{3} - 40\sqrt{30} + 150 \\ &= 130 - 15\sqrt{3} \end{aligned}$$