1. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 에서 좌변을 정리하면

$\frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} = \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}}$ 이므로 $\frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 의 지수를 비교한다.

$3b = 18$ 이므로 $b = 6$, $c = 15$ 이고

$b = 3a$ 에서 $6 = 3a$, $a = 2$ 이다.

$\therefore a+b+c = 2+6+15 = 23$

2. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리 의 자연수일 때, n 의 값은?

① 5　② 7　③ 8　④ 10　⑤ 12

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$

$\therefore\ n = 8$

3. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리의 수 ② 9자리의 수 ③ 10자리의 수
④ 11자리의 수 ⑤ 12자리의 수

해설

$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$
따라서 10자리의 수이다.

4. 다음 중 계수가 가장 큰 것과 가장 작은 것을 차례로 나열하면?

㉠ $3a \times 2b$	㉡ $\left(\frac{1}{4}ab\right)^2 \times (2ab)^3$
㉢ $(-ab)^3 \times 2b$	㉣ $(-4x) \times (-3y)^2$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠ $6ab$

㉡ $\frac{a^5b^5}{2}$

㉢ $-2a^3b^4$

㉣ $-36xy^2$

5. 다음 보기 중 계산 결과가 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $6a^4 \div 3ab = \dfrac{2a^3}{b}$

㉡ $\dfrac{2}{3}x^2y \div \dfrac{1}{6}xy^2 = \dfrac{4x}{y}$

㉢ $(2x^2)^5 \div (-2x^3)^2 = 8x^4$

㉣ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\dfrac{2}{3}xy\right)^2 = 18x^4y$

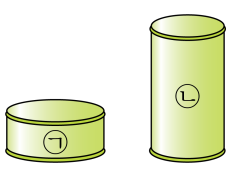
㉤ $(-2x^3y)^3 \div (4xy^3)^2 = -\dfrac{x^7}{2y^3}$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다

해설

㉣ $(-2x^2y)^3 \div \left(-\dfrac{2}{3}xy\right)^2 = -18x^4y$

6. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이) 이므로

(㉠의 부피) $= \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$

(㉡의 부피) $= \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$

$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$

$\therefore h = \frac{16b}{3}$

7. $-16x^2y^3\times$ ☐ $\div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 ☐ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$　② $2xy^2$　③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$　⑤ $-2xy$

해설

$-2xy\times$ ☐ $= -4x^3y^2$

☐ $= 2x^2y$

8. n이 자연수일 때, $(-1)^{2n+1} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n-1}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$2n+1$, $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수 이다.

$\therefore$ (준식) $= (-1)^{2n+1+2n+2n-1}$

$= (-1)^{6n} = 1 (\because n$은 자연수)

9. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2\times x+1}b^{4\times y+6} = a^9b^{14}$

$2x+1=9,\ 4y+6=14$

$\therefore x=4,\ y=2$

$xy = 4\times 2 = 8$

10. $125^2 \div 25^3$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$125^2 \div 25^3 = (5^3)^2 \div (5^2)^3 = 5^6 \div 5^6 = 1$

11. 메모리 용량 1MB 의 2^{10} 배를 1GB 라고 한다. 기영이가 가지고 있는 MP3 가 1GB 의 용량을 넣을 수 있다고 하면, 기영이는 4MB 의 노래를 몇 개 넣을 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

1GB 는 1MB 의 2^{10} 배 이므로 2^{10}MB 이다. 4MB 는 2^2 MB 이므로 $2^2 \times x = 2^{10}$,
$x = 2^8 = 256$

12. $(-27)^3 \div (-3)^n = 3^4$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(-3)^9 \div (-3)^n = 3^4$
$9 - n = 4$
$\therefore\ n = 5$

13. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$
$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$
$am = 10$, $bm = 8$, $cm = 6$
모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.
m 의 최댓값은 2 이다.

14. $12^5 = 2^m \times 3^n$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$12^5 = (2^2 \times 3)^5 = 2^{10} \times 3^5$

$m = 10$, $n = 5$

$\therefore m+n = 15$

15. 다음에서 $x+y+z$ 의 값을 구하면?

- $(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$
- $\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$

$a^6 \times a^{3x} = a^{18}$

$6+3x=18 \quad \therefore\ x=4$

$\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$

$\dfrac{a^{12}}{b^6} = \dfrac{a^y}{b^6} \quad \therefore\ y=12$

$(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z}b^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z-2}b^z = a^4b^3 \quad \therefore\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=4+12+3=19$

16. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A , B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4 \ , \ \frac{A}{B} = 4a$$

① $144ab$ ② $144a^2b^2$ ③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$ ⑤ $144a^5b^5$

해설

$$A^2 = (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a$$
$$= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4$$

17. n 이 자연수 일 때,
$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

i) n 이 홀수 일 때 :
$n+1$은 짝수, $n+2$은 홀수, $2n$은 짝수이므로
$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
$= -1 + 1 + (-1)(-1) + 1$
$= 2$
ii) n 이 짝수 일 때 :
$n+1$은 홀수, $n+2$은 짝수, $2n$은 짝수이므로
$(-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^n(-1)^{n+2} + (-1)^{2n}$
$= 1 + (-1) + 1 \cdot 1 + 1$
$= 2$
$\therefore$ 2

18. $3^{2x}(9^x+9^x+9^x)=243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$3^{2x}\times 3\times 3^{2x}=3^{4x+1}=3^5$ 이므로 $4x+1=5$

$\therefore x=1$

19. $2^{100} = a$일 때, $4^{50} - 4^{49}$을 a에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

20. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 11자리의 수

해설

$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$

$\therefore\ x = -2x + 2y + 3$

$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$

$\therefore\ 2x + 2y = 3y + 3$

두 식을 연립하면

$x = 3,\ y = 3$

$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$

$= 2^{15} \times 5^9$

$= (10)^9 \times 2^6$

$= 64 \times 10^9$

따라서 11 자리의 수이다.

21. $3^{x-1}+3^x+3^{x+1}=117$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3^{x-1}+3^x+3^{x+1}=117$ 에서

$3^x\times\frac{1}{3}+3^x+3^x\times 3=117$

$(\frac{1}{3}+1+3)\times 3^x=117$

$\frac{13}{3}\times 3^x=117$

$3^x=27$

$\therefore x=3$

22. 등식 $(-4x^Ay^3)\div 2xy^B\times 2x^3y = Cxy$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$(-4x^Ay^3) \div 2xy^B \times 2x^3y = Cxy$

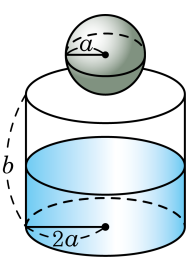
$\frac{-4x^Ay^3}{2xy^B} \times 2x^3y = -4x^{A+2}y^{4-B} = Cxy$

$A+2=1$, $4-B=1$, $C=-4$

$A=-1$, $B=3$, $C=-4$ 이므로

$A+B+C=-1+3-4=-2$ 가 된다.

23. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?



① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ a
④ $\frac{4}{3}a$ ⑤ $\frac{5}{3}a$

해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$이다.

(쇠공의 부피) $= \frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a$ 만큼 높아진다.

24. 밑면의 반지름의 길이가 a cm, 높이가 b cm인 원뿔 V_1과 밑면의 반지름의 길이가 b cm, 높이가 a cm인 원뿔 V_2가 있다. V_1의 부피는 V_2의 부피의 몇 배인가?

① a 배 ② b 배 ③ ab 배 ④ $\frac{a^2}{b}$ 배 ⑤ $\frac{a}{b}$ 배

해설

$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^2 b$, $V_2 = \frac{1}{3}\pi b^2 a$ 이므로

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}\pi a^2 b \div \frac{1}{3}\pi b^2 a$$
$$= \frac{1}{3}\pi a^2 b \times \frac{3}{\pi b^2 a}$$
$$= \frac{a}{b}$$

따라서 V_1의 부피는 V_2의 부피의 $\frac{a}{b}$ 배이다.

25. $(a,\ b) * (c,\ d) = \dfrac{ad}{bc}$ 라 할 때,

$\left(2x^3y,\ -\dfrac{xy^4}{5}\right) * \left(-\dfrac{2}{3}xy^2,\ -\dfrac{2}{xy^2}\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\dfrac{25}{y^3}$ ② $-\dfrac{25}{y^5}$ ③ $-\dfrac{25}{y^7}$ ④ $-\dfrac{30}{y^7}$ ⑤ $-\dfrac{30}{y^9}$

해설

주어진 식의 정의에 따라 준 식을 바꿔주면

$$(\text{준식}) = \frac{2x^3y \times \left(-\dfrac{2}{xy^2}\right)}{\left(-\dfrac{xy^4}{5}\right) \times \left(-\dfrac{2}{3}xy^2\right)} = \frac{-\dfrac{4x^2}{y}}{\dfrac{2x^2y^6}{15}}$$

$$= \left(-\frac{4x^2}{y}\right) \times \left(\frac{15}{2x^2y^6}\right) = -\frac{30}{y^7}$$