

1. 두 복소수  $z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 에 대하여  $z_1 + (2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수  $a$ ,  $b$ 의 합  $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a+b=8$

### 해설

$z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 를

$z_1 + (2-4i) = z_2$ 에 대입하면

$$1 + (a-2)i + (2-4i) = (b-2) - ai$$

$$3 + (a-6)i = (b-2) - ai$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$3 = b-2, a-6 = -a$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$b=5, a=3$$

$$\therefore a+b=8$$

2. 이차방정식  $x^2 + 2x + 3 = 0$  의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐  $(x+a)^2 = b$  를 얻었다. 이때, 상수  $a, b$  에 대하여  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$  를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

3. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$  의 한 근이  $1 + 2i$  일 때 실수  $a, b$  를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

▷ 정답 :  $b = 5$

#### 해설

계수가 실수이므로 한 근이  $1 + 2i$  이면 다른 한 근은  $1 - 2i$  이다.

$$(\text{두 근의 합}) = (1 + 2i) + (1 - 2i) = -a \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (1 + 2i)(1 - 2i) = b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\therefore \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에서

$a = -2, b = 5$ 이다.

4. 좌표평면 위의 두 점  $A(3, 2)$ ,  $B(5, 4)$  와  $x$  축 위를 움직이는 점  $P$  에 대하여  $\overline{PA} + \overline{PB}$  의 최솟값은?

① 6

②  $\sqrt{37}$

③  $\sqrt{38}$

④  $\sqrt{39}$

⑤  $\sqrt{40}$

### 해설

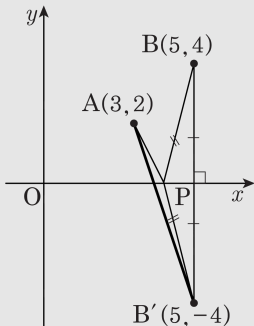
다음 그림과 같이 점  $B(5, 4)$  를  $x$  축에 대하여 대칭이동한 점을  $B'(5, -4)$  라 하면

$$\overline{PB} = \overline{PB'} \text{ 이므로}$$

$$\overline{PA} + \overline{PB} = \overline{PA} + \overline{PB'} \geq \overline{AB'}$$

따라서  $\overline{PA} + \overline{PB}$  의 최솟값은  $\overline{AB'}$  이고

$$\overline{AB'} = \sqrt{(5-3)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



5. 좌표평면에서 두 점  $A(-1, 4)$ ,  $B(5, -5)$ 를 이은 선분  $AB$ 를  $2:1$ 로 내분하는 점이 직선  $y = 2x + k$  위에 있을 때, 상수  $k$ 의 값은?

① -8

② -7

③ -6

④ -5

⑤ -4

해설

선분  $AB$ 를  $2:1$ 로 내분하는 점의 좌표는

$$\left( \frac{2 \times 5 + 1 \times (-1)}{2 + 1}, \frac{2 \times (-5) + 1 \times 4}{2 + 1} \right) = (3, -2) \text{ 이다.}$$

점  $(3, -2)$ 가 직선  $y = 2x + k$  위의 점이므로

$$-2 = 6 + k \quad \therefore k = -8$$

6. 세 점 A (1, 5), B (-4, -7), C (5, 2)가 좌표평면 위에 있다.  $\triangle ABC$ 에서  $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 할 때, 점 D의 좌표를 구하면?

① (0, 0)

②  $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

③  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

④  $\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$

⑤  $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

해설

$$\overline{AB} = 13, \overline{AC} = 5$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} : \overline{AC} = 13 : 5$$

D는 B, C를 13 : 5로 내분한 점

$$\therefore \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

7. 직선  $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을  $y=ax+b$ 라 할 때  $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

### 해설

직선  $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또,  $x-2y+10=0$ ,  $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

8. 다항식  $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$  의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

9. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{ } x^2 + \text{ } x + \text{ }) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + \text{ } x + \text{ } = A$  라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

10.  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고  $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

①  $ax + by = 0$

②  $a + b = x + y$

③  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④  $x = y$

⑤  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

11. 두 다항식  $A, B$ 의 최대공약수  $G$ 를  $A * B$ , 최소공배수  $L$ 을  $A \star B$ 로 나타내기로 할 때,  $(A^2 * B^2) \star (A^2 * AB)$ 와 같은 것은?

①  $AG$

②  $A$

③  $AL$

④  $AB$

⑤  $I$

해설

$A = Ga, B = Gb(a, b$ 는 서로소)로 놓으면

$$(A^2 * B^2) \star (A^2 * AB)$$

$$= (G^2a^2 * G^2b^2) \star (G^2a^2 * G^2ab)$$

$$= G^2 \star G^2a$$

$$= G^2a$$

$$= AG$$

12. 복소수  $(1 + 2i)x - (2 + i)y + i$ 를 제공하였더니  $-9$ 가 되었다. 이 때,  $x + y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이고  $x, y$ 는 실수이다.)

- ① 2 또는  $-4$       ② 2 또는  $-3$       ③  $-1$  또는 3  
 ④  $-1$  또는  $-3$       ⑤  $-1$  또는  $-2$

### 해설

$$z = (x - 2y) + (2x - y + 1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉,  $z$ 는 순허수이다.

$$\therefore x - 2y = 0, (2x - y + 1)^2 = 9$$

$x = 2y$  와  $2x - y + 1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x + y = 2$  또는  $-4$  이다.

13. 복소수  $z$  와 그 켤레복소수  $\bar{z}$  에 대하여  $z - \bar{z} = 2i$  ,  $\frac{\bar{z}}{z} = -i$  가 성립할 때,  $z \cdot \bar{z}$  의 값은?

① 1

② 2

③ 5

④ 8

⑤ 13

### 해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수) 로 놓으면  $\bar{z} = a - bi$

$z - \bar{z} = 2i$  에서  $a + bi - (a - bi) = 2i$  ,  $2bi = 2i$

$\therefore b = 1$

$\frac{\bar{z}}{z} = -i$  에서  $\frac{a - i}{a + i} = -i$

$$\frac{(a - i)^2}{a^2 + 1} = -i, \frac{a^2 - 1 - 2ai}{a^2 + 1} = -i$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

(i) 실수부분이 0이어야 하므로

$$\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} = 0, a^2 - 1 = 0$$

$$\therefore a = \pm 1 \quad \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 허수부분이 -1이어야 하므로

$$\frac{-2a}{a^2 + 1} = -1, a^2 + 1 = 2a$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0, (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1 \quad \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

따라서 ㉠, ㉡에 의하여  $a = 1$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = (1 + i)(1 - i) = 1 + 1 = 2$$

14. 복소수  $z$ 의 켤레복소수가  $\bar{z}$ 일 때,  $(2 + 3i)z + (2 - 3i)\bar{z} = 2$ 를 만족시키는 복소수  $z$ 는?

① 존재하지 않는다.

② 단 한 개 있다.

③ 두 개 뿐이다.

④ 세 개 뿐이다.

⑤ 무수히 많다.

### 해설

$z = a + bi$ 라 하면  $\bar{z} = a - bi$  (단,  $a, b$ 는 실수)

$$(2 + 3i)(a + bi) + (2 - 3i)(a - bi) = 2$$

$$2a + 2bi + 3ai - 3b + 2a - 2bi - 3ai - 3b = 2$$

$$4a - 6b = 2 \quad \therefore 2a - 3b = 1$$

$2a - 3b = 1$ 을 만족하는 실수  $a, b$ 의 순서쌍은 무수히 많으므로  
주어진 조건을 만족하는 복소수  $z$ 는 무수히 많다.

15.  $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

#### 해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,  
 $|x| + |x - 1| = 3$ 이다.

i)  $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = -1$$

ii)  $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 3$$

$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능

iii)  $x \geq 1$ 일 때,

$$x + (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는

$x = -1$  또는  $x = 2$ 이다.

16. 이차방정식  $x^2 - 5x + p = 0$ 의 두 근은  $3, \alpha$ 이고  $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근은  $\alpha, \beta$ 이다. 이 때  $\beta$ 의 값은?(단  $p, q$ 는 상수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

### 해설

이차방정식  $x^2 - 5x + p = 0$ 에서

근과 계수의 관계에 의해

두 근의 합 :  $3 + \alpha = 5 \quad \therefore \alpha = 2$

두 근의 곱 :  $3 \cdot \alpha = p = 3 \cdot 2 = 6$

이차방정식  $x^2 - 6x + q = 0$ 의 두 근이  $2, \beta$ 이므로

$2 + \beta = 6 \quad \therefore \beta = 4$

17. 다음 중 직선의 방정식을 바르게 구한 것을 모두 고르면?

㉠ 점  $(0, 5)$ 를 지나고,  $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가  $60^\circ$ 인 직선  $\rightarrow y = x + 5$

㉡ 두 점  $A(1, -1)$ ,  $B(-1, 3)$ 을 지나는 직선  $\rightarrow y = -2x + 1$

㉢  $x$ 절편이  $2$ ,  $y$ 절편이  $-2$ 인 직선  $\rightarrow y = 2x - 2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ (기울기)  $= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$  이고  $y$ 절편이  $5$ 이므로  $y = \sqrt{3}x + 5$

㉡  $y + 1 = \frac{3 - (-1)}{-1 - 1}(x - 1)$ ,  $\therefore y = -2x + 1$

㉢  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} = 1$ ,  $\therefore y = x - 2$

따라서 직선의 방정식을 바르게 구한 것은 ㉡뿐이다.

18. 직선  $x + ay - 1 = 0$  과  $x$  축,  $y$  축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가  $\frac{1}{4}$  일 때,  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$  의  $x$  절편은  $(1, 0)$   $y$  절편은  $(0, \frac{1}{a})$  이다.

$$\therefore \text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

19. 2가 아닌 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2}$ 의 값이 항상 일정하도록 상수  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a - b$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = k \text{라 하면}$$

$$ax^2 + 4x + b = k(x - 2)$$

$$ax^2 + (4 - k)x + b + 2k = 0$$

$x$ 에 대한 항등식이므로

$$a = 0$$

$$4 - k = 0 \text{에서 } k = 4$$

$$b + 2k = 0 \text{에서 } b = -8$$

$$\therefore a - b = 8$$

해설

주어진 식이 모든  $x$ 에 대해 일정한 값을 가지려면

분자인  $ax^2 + 4x + b$ 가 분모인 ' $x - 2$ ' 만을 인수로 가져야 한다.

즉, 분자가  $k(x - 2)$ 가 되어야 한다.

$$\frac{ax^2 + 4x + b}{x - 2} = \frac{4(x - 2)}{x - 2} = 4$$

$$\therefore a = 0, b = -8 \text{에서 } a - b = 8$$

20. 다음 식을 인수분해 하면  $(x+py)(x+qy+r)^2$  이다. 이 때,  $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p = -1, q = 1, r = 1 \\ & \therefore p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$

21. 두 다항식  $2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ ,  $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x-1)(x+1)(x+2)$$

$f(x) = 2x^3 + (a-2)x^2 + ax - 2a$ 라 하면

$f(1) = 0$ 이므로  $f(x)$ 는  $x-1$ 을 인수로 갖는다.

최대공약수가 이차식이므로  $f(x)$ 는  $x+1$

또는  $x+2$ 를 인수로 가져야 한다.

$$f(-2) = -8 - 4a - 8 - 4a \neq 0 \text{이므로}$$

$x+1$ 이 인수이다.

$$\therefore f(-1) = 0 \text{일 때 } a = -2$$

22.  $x = -1 + i$  일 때,  $x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$  의 값을 구하면?

①  $-1 + i$

②  $-i$

③  $i$

④  $-1$

⑤  $1$

해설

$$x = i - 1 \Rightarrow x + 1 = i$$

양변을 제곱해서 정리하면  $x^2 + 2x + 2 = 0$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$$

$$= x^2(x^2 + 2x + 2) - x^2 - x - 1$$

$$= -x^2 - x - 1 \quad (\because x^2 + 2x + 2 = 0)$$

$$= -(-2x - 2) - x - 1$$

$$= x + 1 = i$$

23. 이차방정식  $2x^2 + x - 5 = 0$ 을 만족하는 양수  $x$ 에 대하여  $(4x - \sqrt{41})^2 + (2x - 1)(x + 1)$ 의 값은?

① 4

② 2

③ -1

④ 5

⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여  $x$ 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

24.  $a, b, c$ 는 모두 양수이다. 방정식  $ax^2 - bx + c = 0$ 의 해가  $\alpha, \beta$ 일 때, 방정식  $cx^2 - bx + a = 0$ 의 해를 구하면?

①  $\alpha, \beta$

②  $-\alpha, -\beta$

③  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

④  $-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta}$

⑤  $\alpha, -\beta$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$cx^2 - bx + a = 0$ 에서

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{b}{c} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \quad \left( \because \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} \right)$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{a}{c} = \frac{1}{\alpha\beta}$$

따라서 구하는 두 근은  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이다.

해설

$ax^2 - bx + c = 0$ 의 양변을  $x^2 (\neq 0)$ 으로 나누면

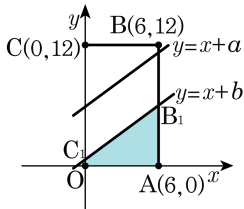
$$a - \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} = 0$$

이 때,  $\frac{1}{x} = t$ 라 놓으면,  $ct^2 - bt + a = 0$

$$t = \frac{1}{x} = \frac{1}{\alpha} \quad \text{또는} \quad \frac{1}{\beta}$$

$\therefore cx^2 - bx + a = 0$ 의 해는  $\frac{1}{\alpha}$  또는  $\frac{1}{\beta}$ 이다.

25. 네 점  $O(0,0)$ ,  $A(6,0)$ ,  $B(6,12)$ ,  $C(0,12)$ 를 꼭지점으로 하는 사각형  $OABC$ 가 있다. 그림과 같이 두 직선  $y = x + a$ ,  $y = x + b$ 가 사각형  $OABC$ 의 넓이를 삼등분할 때,  $ab$ 의 값은?



① 4

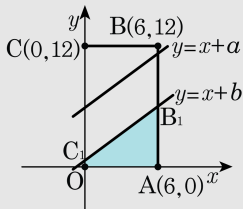
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설



사각형  $OABC$ 의 넓이가 72이므로  
사각형  $OAB_1C_1$ 의 넓이는 24이다.

$$\frac{1}{2}(b + 6 + b) \times 6 = 24 \text{ 이므로 } b = 1$$

같은 방법으로  $a = 5$

$$\therefore ab = 5$$

26. 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는  $\triangle ABC$  와 직선  $kx - y + 2k - 1 = 0$  이 만난다. 상수  $k$  의 최대값을  $M$ , 최소값을  $m$  이라 할 때,  $\frac{M}{m}$  의 값은?

①  $\frac{2}{3}$

②  $\frac{4}{3}$

③ 2

④  $\frac{8}{3}$

⑤  $\frac{10}{3}$

### 해설

직선의 방정식  $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$  은

$k$  의 값에 관계없이 항상 두 직선

$ax + by + c = 0$  과  $a'x + b'y + c' = 0$

의 교점을 지난다.

그림과 같이 직선  $kx - y + 2k - 1 = 0$

즉  $y = k(x + 2) - 1$  은  $k$  의 값에 관계없이 항상 점  $(-2, -1)$  을 지나므로

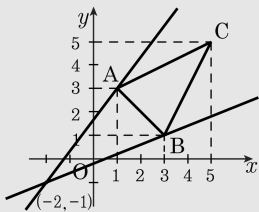
이 직선이  $\overline{AB}$  와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때,  $3 = k(1 + 2) - 1, \quad k = \frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때,  $1 = k(3 + 2) - 1, \quad k = \frac{2}{5}$

따라서  $\frac{2}{5} \leq k \leq \frac{4}{3}$  일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$$\therefore \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$$



27. 다항식  $x^{2005} + x^5 + x^3 + 1$  을 삼차식  $x^3 + x^2 + x + 1$  로 나누었을 때의 나머지는?

①  $x^2 - 3$

②  $x^2 + x - 2$

③  $-x^2 - 1$

④  $-x^2 + x$

⑤  $x - 1$

### 해설

$$x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x^3 + x^2 + x + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c = (x+1)(x^2+1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에  $x = -1$  을 대입하면  $a - b + c = -2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$$(x^2)^{1002} \times x + (x^2)^2 \times x + x^2 \times x + 1 = (x+1)(x^2+1)Qx + ax^2 + bx + c$$

에서 양변에  $x^2 = -1$  을 대입하면

$$x + x - x + 1 = -a + bx + c$$

$$x + 1 = bx + c - a$$

$$\therefore b = 1, c - a = 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$  에서  $a = -1, b = 1, c = 0$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x^2 + x$

### 해설

$$x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x^3 + x^2 + x + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c = (x+1)(x^2+1)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

양변에  $x^2 = -1$  을 대입하면 좌변이  $x + 1$  즉, 좌변의 식을  $x^2 + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 1$

따라서  $ax^2 + bx + c = a(x^2 + 1) + x + 1$

$$x^{2005} + x^5 + x^3 + 1 = (x+1)(x^2+1)Q(x) + a(x^2+1) + x + 1 = (x^2+1)\{(x+1)Q(x) + a\} + x + 1$$

양변에  $x = -1$  을 대입하면  $-2 = 2a$

$$\therefore a = -1$$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x^2 + x$

28. 두 다항식  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x)+g(x)$ 는  $x+2$ 로 나누어 떨어지고,  $f(x)-g(x)$ 를  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기]의 다항식 중  $x+2$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $x + f(x)$

㉡  $x^2 + f(x)g(x)$

㉢  $f(g(x)) - x$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

나머지 정리에 의해  $f(-2) + g(-2) = 0$ ,  $f(-2) - g(-2) = 4$   
두식을 연립하면,  $f(-2) = 2$ ,  $g(-2) = -2$

㉠ :  $x + f(x) \rightarrow x = -2$ 를 대입하면  
 $-2 + f(-2) = 0$

㉡ :  $x^2 + f(x)g(x) \rightarrow x = -2$ 를 대입하면  $(-2)^2 + f(-2)g(-2) = 0$

㉢ :  $f(g(x)) - x \rightarrow x = -2$ 를 대입하면  $f(g(-2)) - (-2) = f(-2) + 2 = 4$

29.  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나누면 나머지가 3이고, 또  $(x^2+x+1)$ 로 나누면 나머지가  $2x+4$ 이다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x^3-1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $x^2+x+3$

②  $x^2+2x+3$

③  $-x^2+x+3$

④  $-x^2+2x+3$

⑤  $x^2+3x+1$

해설

$f(x) = (x^3-1)Q(x) + ax^2 + bx + c$ 라 하면

$f(x)$ 를  $(x^2+x+1)$ 로 나눈 나머지는  $ax^2+bx+c$ 에서 발생한다.

$$\therefore ax^2 + bx + c = a(x^2 + x + 1) + 2x + 4 \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore f(x) = (x^3-1)Q(x) + a(x^2+x+1) + (2x+4)$$

그런데  $f(1) = 3$ 이므로  $3a + 6 = 3$

$$\therefore \textcircled{1} \text{에서 } b = 1, c = 3$$

따라서, 구하는 나머지는  $-x^2+x+3$

30. 두 다항식  $x^3 + x^2 + x + 3 + m$ ,  $x^2 - x + m$ 이 서로소가 아닐 때, 상수  $m$ 의 값을 구하면?

① -1, 2

② -2, 3

③ -1, 2

④ -1, 3

⑤ -2, 2

### 해설

서로소가 아니라는 것은 일차이상의 공약수가 존재한다는 뜻이다.

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 3 + m \cdots \textcircled{㉠}$$

$$g(x) = x^2 - x + m \cdots \textcircled{㉡}$$

으로 놓으면

$$f(x) - g(x) = x^3 + 2x + 3 = (x+1)(x^2 - x + 3)$$

㉠과 ㉡이 서로소가 아니므로 ㉠과 ㉡의 최대공약수는  $x+1$  또는  $x^2 - x + 3$ 이다.

(i)  $x+1$ 이 최대공약수일 때,  $m = -2$

(ii)  $x^2 - x + 3$ 이 최대공약수일 때, 이 식과  $g(x)$ 는 서로 같아야 하므로  $m = 3$

(i), (ii)에서  $m = -2$  또는 3

31. 실수  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$  가  $9 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_9 = 0$  을 만족할 때,  $\sqrt{x_1} \cdot \sqrt{x_2} \cdot \sqrt{x_3} \cdots \sqrt{x_9}$  의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $3i$

②  $-3i$

③  $3i, -3i$

④  $3, -3$

⑤  $3, -3, 3i, -3i$

### 해설

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_9 = -9$  이므로  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$  중에서 음수의 개수는 홀수개이다.

이 중에서 음수인 것들은 그 절대값을 취하여

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$  이라 하고 양수인 것들을

$z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$  이라 하면, ( $m + n = 9$ ,  $m$  은 홀수)

(i)  $m = 4k + 1$  ( $k = 0, 1, 2$ ) 일 때

$$\begin{aligned} & \sqrt{x_1} \sqrt{x_2} \cdots \sqrt{x_9} \\ &= \sqrt{y_1 y_2 \cdots y_m z_1 z_2 \cdots z_n} \cdot i^{4k+1} \\ &= \sqrt{9} \cdot i = 3i \end{aligned}$$

(ii)  $m = 4k + 3$  ( $k = 1, 2$ ) 일 때

$$\begin{aligned} & \sqrt{x_1} \sqrt{x_2} \cdots \sqrt{x_9} \\ &= \sqrt{y_1 y_2 \cdots y_m z_1 z_2 \cdots z_n} \cdot i^{4k+3} \\ &= \sqrt{9} \cdot i^3 \\ &= -3i \end{aligned}$$

(i), (ii) 에서  $3i, -3i$

32.  $\alpha$ 는 이차방정식  $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이고  $\beta$ 는 이차방정식  $bx^2 - 2ax + a = 0$ 의 근이라고 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$\beta$ 가 방정식  $bx^2 - 2ax + a = 0$ 의 근이므로

$$b\beta^2 - 2a\beta + a = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$ax^2 - 2ax + b = 0$ 에  $x = \frac{1}{\beta}$ 를 대입하면,

①에 의해서

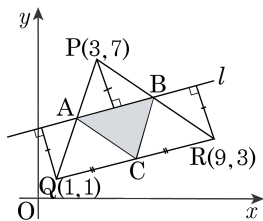
$$a\left(\frac{1}{\beta}\right)^2 - 2a\left(\frac{1}{\beta}\right) + b = \frac{1}{\beta^2}(b\beta^2 - 2a\beta + a) = 0$$

따라서,  $x = \frac{1}{\beta}$ 은 방정식  $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이다.

그런데  $\alpha$ 도 이 방정식  $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이므로 방정식  $ax^2 - 2ax + b = 0$ 의 두 근은  $\alpha$ 와  $\frac{1}{\beta}$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해서  $\alpha + \frac{1}{\beta} = 2$

33. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점  $P(3,7)$ ,  $Q(1,1)$ ,  $R(9,3)$  으로부터 같은 거리에 있는 직선  $l$  이 선분  $PQ$ ,  $PR$  과 만나는 점을 각각  $A$ ,  $B$  라 하자. 선분  $QR$  의 중점을  $C$  라 할 때,  $\triangle ABC$  의 무게중심의 좌표를  $G(x, y)$  라 하면  $x + y$  의 값은?



①  $\frac{16}{3}$

② 6

③  $\frac{20}{3}$

④  $\frac{22}{3}$

⑤ 8

### 해설

세 점  $P, Q, R$  에서 직선  $l$  에 내린 수선의 발을 각각  $P', Q', R'$  라 하면  $\triangle PAP' \equiv \triangle QAQ' (\because \text{ASA 합동})$  이므로

점  $A$  는 선분  $PQ$  의 중점이다.

마찬가지로 점  $B$  는 선분  $PR$  의 중점이다.

따라서, 세 점  $A, B, C$  는 각각 선분  $PQ$ , 선분  $PR$ , 선분  $QR$  의 중점이므로  $\triangle ABC$  의 무게중심은  $\triangle PQR$  의 무게중심과 일치한다.

$\triangle ABC$  의 무게중심을  $G(x, y)$  라 하면

$$x = \frac{3 + 1 + 9}{3} = \frac{13}{3}, y = \frac{7 + 1 + 3}{3} = \frac{11}{3}$$

따라서,  $x + y = \frac{13}{3} + \frac{11}{3} = 8$

