

1.  $A = 0.321$ ,  $B = 0.32\dot{1}$ ,  $C = 0.\dot{3}21$  일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $C < A < B$       ②  $A < B < C$       ③  $B < C < A$   
④  $C < B < A$       ⑤  $A = B = C$

해설

$A = 0.321$   
 $B = 0.321111\dots$   
 $C = 0.321321\dots$   
이므로  $A < B < C$  이다.

2.  $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$  중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

- ① 4개    ② 18개    ③ 22개    ④ 62개    ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$  이 유한소수가 되게 하는  $n$ 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는  $n$ 은 45의 배수로 4개이다. 따라서  $22 - 4 = 18$ 개이다.

3.  $\frac{2}{125}$  를 유한소수로 나타내기 위하여  $\frac{a}{10^n}$  의 꼴로 고칠 때,  $a+n$  의 최솟값을 구하여라. (단,  $a, n$  은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3} \text{의 분자, 분모에 } 2^3 \text{ 을 곱하면 } \frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$$
$$\therefore a = 16, n = 3$$
$$\therefore a + n = 16 + 3 = 19$$

4. 분수  $\frac{21}{2^3 \times x \times 5}$  을 소수로 나타내면 순환소수가 된다고 한다.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 중  $x$  가 될 수 있는 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x$  가 2, 4, 8, 5 이면 유한소수

$x$  가 3이면  $\frac{7}{2^3 \times 5}$ , 7 이면  $\frac{3}{2^3 \times 5}$  가 되어 유한소수

$x$  가 6 이면  $\frac{3 \times 7}{2^3 \times 2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 2 \times 5}$  로 유한소수

순환소수가 되려면  $x = 9$

5.  $\frac{a}{450}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면  $\frac{A}{B}$  라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때,  $A + B$  의 값을 구하여라.

- i)  $11 \leq a \leq 55$ ,  $a$  는 정수  
ii)  $A$  는 3의 배수  
iii)  $B$  는 2의 배수

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

i)  $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$  가 유한소수이므로  $a$  는 9의 배수이고,  $11 \leq a \leq 55$  를 만족하는  $a$  의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii)  $a = 18$  이면  $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$  이면  $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$  이면  $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$  이면  $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$  이면  $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸  $\frac{A}{B}$  에서  $A$  가 3의 배수,  $B$  가 2의 배수를 만족

하는  $a$  의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

6.  $\frac{a}{210}$  를 약분하면  $\frac{1}{b}$  이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 되는 가장 작은 자연수를  $a$  라고 할 때,  $a+b$  의 값을 구하면?

- ① 19      ② 31      ③ 60      ④ 65      ⑤ 130

해설

$$\frac{a}{210} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$
$$a = 21, b = 10 \quad \therefore a + b = 31$$

7.  $\frac{a}{180}$  를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면  $\frac{7}{b}$  이다.

$a$  가 두 자리의 자연수일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① 73      ② 75      ③ 83      ④ 89      ⑤ 90

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$  가 유한소수이려면  $a$  는 9 의 배수이어야

하고, 기약분수로 고치면  $\frac{7}{b}$  이므로  $a$  는 7 의 배수이다.

따라서  $a$  는  $3^2 \times 7 \times n$  인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{180} = \frac{7}{20}$  이므로  $b = 20$  이다.

따라서  $a+b = 83$  이다.

8. 경식은 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

①  $4 \div 25$

②  $3 \div 18$

③  $11 \div 50$

④  $7 \div 4$

⑤  $21 \div 14$

해설

②  $3 \div 18 = 0.16666\dots$  이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

9.  $\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} = 0.\overline{abcd}$  일 때,  $|a - b + c + d|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\frac{2157}{9900} = \frac{abcd - ab}{9900} \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 1$$

$$\text{즉, } 21cd - 21 = 2157 \text{ 이므로}$$

$$21cd = 2157 + 21 = 2178$$

$$\therefore c = 7, d = 8$$

$$\therefore |a - b + c + d| = |2 - 1 + 7 + 8| = 16$$

10. 다음 분수를 순환소수로 나타낸 것은?

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990}$$

- ① 4.08 $\dot{2}$     ② 4.11 $\dot{2}$     ③ 4.12 $\dot{2}$     ④ 4.13 $\dot{2}$     ⑤ 4.15 $\dot{2}$

해설

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990} = \frac{4091}{990} = 4.13\dot{2}$$

11. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자  $a, b, c, d, e$  의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9      ② 16      ③ 24      ④ 28      ⑤ 31

해설

$$0.\overline{abcd\dot{e}} = \frac{24301}{99900} \text{ 이므로 } ab = 24 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 24301 = abcde - 24$$

$$abcde = 24301 + 24$$

$$\therefore abcde = 24325$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 16$$

12. 부등식  $\frac{5}{2} < x < 6.29$  를 만족하는 자연수  $x$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

$\frac{5}{2} = 2.5$ 이므로 만족하는  $x$  값은 3, 4, 5, 6 이다.

13.  $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$  를 만족하는 자연수  $a$  의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수  $a$  는 3, 4, 5, 6, 7

$$\therefore 3+4+5+6+7=25$$

14.  $0.4 + 2\left\{\frac{1}{2} + \left(0.2 - \frac{4}{9}\right)\right\} - 0.9$ 를 계산하여라.

- ① 0      ② 0.i      ③ 0.i2      ④ 0.4      ⑤ 0.89

해설

$$\frac{4}{9} + 2\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{9}\right) - 1 = \frac{4}{9} + 1 - \frac{4}{9} - 1 = 0$$

15.  $1.3 + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left( 0.5 - \frac{7}{9} \right) \right\} - 0.8$  를 계산하여라.

- ① 1.5      ② 1.6      ③ 1.7      ④ 1.8      ⑤ 1.9

해설

$$\begin{aligned} \frac{13-1}{9} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left( \frac{5}{9} - \frac{7}{9} \right) \right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3 \left( \frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\bar{7} \end{aligned}$$



17. 자연수  $n$  에 대하여  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$  이라고 정의한다.  $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = x^{500} \times y!$  일 때,  $x + y$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 502

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 \\ &= (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500) \\ &= 2^{500} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500) \\ &= 2^{500} \times 500! \\ \therefore & x = 2, y = 500 \\ \therefore & x + y = 502 \end{aligned}$$

18. 유리수  $x = \frac{n}{120}$  ( $n$ 은 120 미만의 자연수)일 때, 순환소수로만 나타낼 수 있는  $x$ 의 값의 개수는?

- ① 29      ② 47      ③ 63      ④ 80      ⑤ 97

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$   
 $n$ 이 3의 배수이면  $\frac{n}{120}$ 은 유한소수  
 $119 \div 3 = 39 \cdots 2$   
 $\therefore 119 - 39 = 80$

19.  $1 < x < 60$ 인 자연수  $x$ 에 대하여,  $\frac{5}{x}$ 가 무한소수일 때, 이를 만족하는  $x$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$\frac{5}{x}$ 가 유한소수가 되려면  $\frac{5}{2^a \times 5^b}$ 의 꼴이어야 하므로

$\frac{5}{2^a}$ 의 꼴이 되는 분수는  $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때의 5개

$\frac{5}{2^a \times 5}$ 의 꼴이 되는 분수는  $a = 1, 2, 3$ 일 때의 3개

$\frac{5}{2^a \times 5^2}$ 의 꼴이 되는 분수는  $a = 1$ 일 때의 1개

$\frac{5}{5^b}$ 의 꼴이 되는 분수는  $b = 1, 2$ 일 때의 2개

따라서 유한소수는  $5 + 3 + 1 + 2 = 11$ (개)이므로 유한소수가 아닌 무한소수의 개수는

$58 - 11 = 47$ (개)

20. 분수  $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$  를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약 분수로 나타내면  $\frac{9}{y}$ 이다.  $x$ 가 100 이하의 자연수일 때,  $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

**해설**

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}, x \text{는 } 9 \text{의 배수이어야 한다.}$$

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$$x = 3^2 \times 9 = 81$$

$$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } y = 20$$

$$\therefore x - y = 81 - 20 = 61$$

21. 분수  $\frac{a}{120}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 이 분수를 기약분수로 고치면  $\frac{3}{b}$  이 될 때, 양의 정수  $a$  의 최댓값과 최솟값의 차를 구하여라. (단,  $a < 100$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

분모가  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로  $a$  는 3의 배수이고, 기약분수로 고쳤을 때  $\frac{3}{b}$  이므로  $a$  는 9의 배수가 된다. 따라서  $a$  의 최댓값은 90,  $a$  의 최솟값은 9가 된다.  
 $\therefore 90 - 9 = 81$

22.  $\frac{x}{120}$  를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 나타내면  $\frac{1}{y}$  이다.

$x$  가  $10 < x < 60$  인 자연수일 때,  $x - y$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 26

해설

$\frac{x}{120} = \frac{x}{2^3 \times 3 \times 5}$  를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 이 약분되어야 하므로  $x$  는 3 의 배수이다.

한편  $\frac{x}{120}$  를 약분하여 기약분수로 나타내면  $\frac{1}{y}$  이므로  $x$  는 120 의 약수이다.

따라서  $x$  는  $10 < x < 60$  인  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$  의 약수이면서 3 의 배수이므로  $x = 12, 15, 24, 30$

$x = 12$  일 때,  $y = 10$

$x = 15$  일 때,  $y = 8$

$x = 24$  일 때,  $y = 5$

$x = 30$  일 때,  $y = 4$

$x - y = 2, 7, 19, 26$

23. 자연수  $n$  에 대하여  $a_n$  을  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$  의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수  $0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots$  의 순환마디의 숫자의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 5

$(11^2 + 12^2 + 13^2 + \dots + 20^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 5

따라서,

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$ 의 일의 자리의 숫자) = 0 이 되어

$n = 21$  이후로는  $1^2, 1^2 + 2^2, \dots$  의 일의 자리의 숫자가 다시

반복된다.

즉,  $a_{21} = a_1, a_{22} = a_2, a_{23} = a_3, \dots$  이므로 소수

$0.a_1a_2a_3 \dots a_n \dots$  는 순환소수이고

순환마디는  $a_1a_2a_3 \dots a_{20}$  의 20 개의 숫자이다.

24. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데  $A$  는 분자를 잘못 보고 계산하여  $0.\dot{7}2$  가 되었고  $B$  는 분모를 잘못 보고 계산하여  $0.78\dot{6}$  이 되었다. 바르게 고친 답은?

- ① 5.32    ② 5.33    ③ 5.34    ④ 5.35    ⑤ 5.36

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

$A$  는 분모를,  $B$  는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는  $\frac{59}{11}$  이고, 순환소수로는 5.36 이다.

25.  $\frac{4}{27}$  를 소수로 나타내었을 때,  $x_n$  은 소수점 아래  $n$  번째 수를 나타낸다.

다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 91

해설

$$\frac{4}{27} = 0.148, x_1 = 1, x_3 = 8, x_5 = 4, \dots, x_7 = 1, \dots$$

$$\therefore (\text{준식}) = 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$$

26.  $x = 0.a$  이고  $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.8i$  일 때  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

27. 서로 다른 한 자리 자연수  $a, b, c, d$  에 대하여 기약분수  $\frac{a}{b} = 0.cd$  일 때,  $a, b, c, d$  의 값을 각각 구하여라. (단,  $\frac{a}{b}$  는 유한소수가 아니다.)

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 5$

▷ 정답:  $b = 6$

▷ 정답:  $c = 8$

▷ 정답:  $d = 3$

**해설**

$0.cd$  를 분수로 고치면 분모가 90 이므로  $b$  는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데  $\frac{a}{b}$  는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면  $0.\dot{x}$  의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd < 1$  이므로  $a < b$

$b = 6$  일 때,  $a = 1, 2, 3, 4, 5$  이고,  $a$  와  $b$  는 서로소이어야 하므로  $a = 1, 5$  이다.

$a = 1$  일 때,  $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd$  에서  $a = c, b = d$  이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$  일 때,  $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd$  에서  $a, b, c, d$  는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서  $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$  이다.

28. 부등식  $2.9 \leq x < \frac{74}{15}$  를 만족시키는 정수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$$2.9 \leq x < \frac{74}{15} = 4.9\bar{3}$$

29. 다음을 계산하여라.

$$0.\dot{1} + \frac{0.\dot{2}}{2} + \frac{0.\dot{3}}{3} + \frac{0.\dot{4}}{4} + \dots + \frac{0.\dot{9}}{9}$$

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{9} \times \frac{1}{3} + \frac{4}{9} \times \frac{1}{4} + \dots + \frac{9}{9} \times \frac{1}{9} &= \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{9} \\ &= \frac{1}{9} \times 9 = 1 \end{aligned}$$

30. 두 순환소수  $0.\dot{a}2\dot{b}$  와  $0.\dot{a}b\dot{2}$  의 합이  $\frac{307}{333}$  일 때  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 4$

▷ 정답:  $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$$200a + 11b + 22 = 921$$

$$200a + 11b = 899$$

$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$

$$\therefore a = 4, b = 9$$

31.  $a < b < c < 9$  인 자연수  $a, b, c$  에 대하여  $0.\dot{a} \times k = 0.0\dot{b}$ ,  $0.0\dot{b} \times k = 0.00\dot{c}$  일 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{5}$

해설

$$k = \frac{b}{90} \div \frac{a}{9} = \frac{b}{10a}, k = \frac{c}{900} \div \frac{b}{90} = \frac{c}{10b} \text{ 이므로 } k = \frac{b}{10a} = \frac{c}{10b}$$

이다.

$$\therefore b^2 = ac$$

$0 < a < b < c < 9$  인 정수이므로,  $a = 1, b = 2, c = 4$

$$\therefore 0.\dot{a} = \frac{1}{9}, 0.0\dot{b} = \frac{2}{90}, 0.00\dot{c} = \frac{4}{900}$$

$$\text{따라서 } k = \frac{b}{10a} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

32. 서로 다른 한 자리 자연수  $a, b$  에 대하여 기약분수  $\frac{a}{b \times 111} = c$  라 할 때, 자연수  $9990c$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때,  $\frac{a}{b \times 111}$  가 기약분수이므로  $a, b$  는 서로소이고,

$\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$  가 자연수가 되려면  $b$  는 2 의 약수이거나 3 의 약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서  $b = 9, a = 1$  일 때  $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$  는 최솟값 10 을 가진다.

33. 정수, 자연수, 유한소수, 무한소수, 순환소수에 대하여, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ㉡ 자연수와 순환소수의 곱은 순환소수이다.
- ㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ㉣ 자연수와 유한소수의 합은 순환소수이다.
- ㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

**해설**

㉢ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.  
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.  
㉣ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.  
㉤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.  
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.