1. 유리수는 유한소수와 (가)로 나누어진다. 다음 중 (가)에 속하는 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\frac{1}{10}$	㉡ $-3.141592\cdots$
㉢ $0.3151515\cdots$	㉣ $\frac{6}{30}$
㉤ $-\frac{5}{30}$	㉥ $\frac{11}{2\times5\times7}$
㉦ $\frac{21}{2\times5\times7}$	㉧ $-\frac{81}{2\times3^2}$

① ㉡, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉤, ㉦
④ ㉣, ㉤, ㉥ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

유리수는 유한소수와 순환하는 무한소수로 나누어진다.
㉠ 유한소수
㉡ 순환하지 않는 무한소수
㉢ 순환소수
㉣ 유한소수
㉤ 순환소수
㉥ 순환소수
㉦ 유한소수
㉧ 유한소수

2. 다음 중 옳은 것은?

① $1.\dot{3} > 1.\dot{3}\dot{2}$ ② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179}{99}$ ③ $0.\dot{5} = 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} < 4$ ⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179-1}{99}$

③ $0.\dot{5} > 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} = 4$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{1004-100}{90} = \frac{904}{90}$

3. 3^3을 81번 더하여 얻은 값을 3의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

① 3^3+81　② 3×81　③ 3^7

④ $(3^3)^2$　⑤ $(3^3)^{25}$

해설

$3^3\times 81=3^3\times 3^4=3^7$

4. $(3a-2b)(3a+2b)-(2a+3b)(2a-3b)=pa^2+qb^2$ 에서 자연수 $p,\ q$의 합 $p+q$의 값은?

① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

$(3a)^2-(2b)^2-\{(2a)^2+(3b)^2\}$
$=9a^2-4b^2-4a^2+9b^2$
$=5a^2+5b^2$

$\therefore\ p+q=5+5=10$

5. 98^2 을 계산하는데 가장 알맞은 식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 98^2 &= (100-2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 2 \times 100 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604 \end{aligned}$$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

6. $A = 3x - 2y$, $B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$　② $-2x - y$　③ $5x - y$
④ $3x - y$　⑤ $x - 3y$

해설

$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$
$B = 2x + y$이므로 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

7. $n = \dfrac{st-p}{pr}$ 를 t 에 관하여 풀면?

① $t = \dfrac{p(nr-1)}{s}$ ② $t = \dfrac{pnr+1}{s}$ ③ $t = \dfrac{nr+1}{sp}$

④ $t = \dfrac{p(nr+1)}{s}$ ⑤ $t = \dfrac{s(nr+1)}{p}$

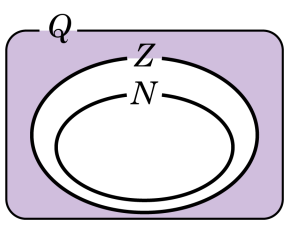
해설

$n = \dfrac{st-p}{pr}$, $npr = st-p$, $st = npr+p$,

$st = p(nr+1)$

$\therefore\ t = \dfrac{p(nr+1)}{s}$

8. 자연수, 정수, 유리수의 집합을 각각 N, Z, Q라 할 때, 다음 중 색칠한 부분에 알맞은 수를 모두 찾으면?



① 3 ② -4 ③ $\frac{12}{6}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ 0.25

해설

색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수
① 양의 정수
② 음의 정수
③ $\frac{12}{6}=2$이므로 양의 정수
④, ⑤ : 정수가 아닌 유리수

9. 방정식 $0.0\dot{9}x - 0.0\dot{3}x = 0.5$ 의 해를 구하면?

① 15 ② $\frac{15}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 3

해설

$\left(0.0\dot{9} - 0.0\dot{3}\right)x = 0.5$

$\left(\frac{9}{90} - \frac{3}{90}\right)x = 0.5$

$\frac{6}{90}x = \frac{1}{2}$

$\therefore x = \frac{1}{2} \times \frac{90}{6} = \frac{15}{2}$

10. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$(\text{준식}) = x^{2a-2} = x^4$

$2a-2=4 \therefore a=3$

$(\text{준식}) = \frac{1}{y^{2b-3}} = \frac{1}{y}$

$2b-3=1$

$\therefore b=2$

$(\text{준식}) = -\frac{1}{z^{2+3c-10}} = -\frac{1}{z^4}$

$3c-8=4 \quad \therefore c=4$

$\therefore a+b+c=9$

11. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$

12. $-16x^2y^3\times\square\div 8xy^2=-4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$　② $2xy^2$　③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$　⑤ $-2xy$

해설

$-2xy\times\square=-4x^3y^2$

$\square=2x^2y$

13. $\dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x+3y}{2}=ax+by$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① $-\dfrac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\dfrac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{3}-\frac{x+3y}{2}&=\frac{2(2x+y)-3(x+3y)}{6}\quad\therefore a=\frac{1}{6},b=-\frac{7}{6}\\&=\frac{4x+2y-3x-9y}{6}\\&=\frac{x-7y}{6}\\&=\frac{1}{6}x-\frac{7}{6}y\end{aligned}$$

$\therefore a+b=\dfrac{1}{6}+\left(-\dfrac{7}{6}\right)=-1$

14. $(2x-7y+4)(3x+y)$ 를 전개했을 때, y 의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$(2x-7y+4)(3x+y) = 6x^2+2xy-21xy-7y^2+12x+4y = 6x^2-19xy-7y^2+12x+4y$

15. $(x-3)(x^2+9)(x+3)$을 전개하면?

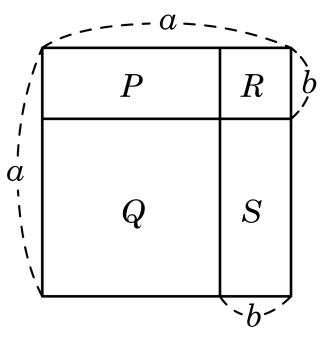
① x^2-9　② x^2-81　③ x^4-3

④ x^4-9　⑤ x^4-81

해설

$(x-3)(x+3)(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)=x^4-81$

16. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a 인 정사각형을 네 부분으로 나눈 넓이를 각각 P, Q, R, S 라 할 때, $Q+R$ 을 a, b 로 나타낸 것은?



① $a^2-2ab+2b^2$ ② $a^2-2ab+b^2$ ③ a^2-ab+b^2
④ a^2-2ab ⑤ a^2+2ab

해설

(Q 의 넓이) $=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
(R 의 넓이) $=b^2$
따라서, $Q+R$ 의 넓이는 $a^2-2ab+2b^2$ 이다.

17. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$을 전개했을 때 x의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$x^2+x=t$라 하면
$(x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$=(t-2)(t-6)$
$=t^2-8t+12$
$=(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12$
$=x^4+2x^3+x^2-8x^2-8x+12$
$=x^4+2x^3-7x^2-8x+12$
$\Rightarrow x$의 계수 : -8

18. $\frac{2}{x}=\frac{1}{y}$ 일 때, $(10xy-15y^2)\div 5y^2$ 의 값은?

① -5　② -3　③ -2　④ 1　⑤ 5

해설

$\frac{2}{x}=\frac{1}{y}$ 은 $x=2y$ 이다.

$(10xy-15y^2)\div 5y^2=\frac{2x}{y}-3=\frac{4y}{y}-3=4-3=1$

19. 다음은 순환소수 $6.7\dot{3}5\dot{2}$를 분수로 나타내는 과정이다. (가) ~ (마)에 들어갈 수로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$㉠
㉠의 양변에 (가) 을 곱하면
(가) $x = 67352.352352\cdots$㉡
㉠의 양변에 (나)을 곱하면
(나) $x = 67.352352\cdots$㉢
㉡ − ㉢을 하면 (다) $x =$ (라)
$\therefore\ x =$ (마)

① (가) 10000　② (나) 10　③ (다) 9999
④ (라) 67285　⑤ (마) $\dfrac{13457}{9999}$

해설

$x = 6.7\dot{3}5\dot{2}$으로 놓으면 $x = 6.7352352\cdots$㉠
㉠의 양변에 10000을 곱하면
$10000x = 67352.352352\cdots$㉡
㉠의 양변에 10을 곱하면
$10x = 67.352352\cdots$㉢
㉡ − ㉢을 하면 $9990x = 67285$
$\therefore x = \dfrac{13457}{1998}$

20. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$

$\therefore\ 10a+b = 39\ \cdots$ ①

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a=3$, $b=9$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{9}\dot{3} = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$

21. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A+B+C-D$의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

$(z^2)^D = z^8$, $D = 4$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$A = 3, B = 5, C = 2$

$\therefore\ A+B+C-D = 3+5+2-4 = 6$

22. 다음에서 $x+y+z$ 의 값을 구하면?

- $(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$
- $\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$

$a^6 \times a^{3x} = a^{18}$

$6+3x=18 \quad \therefore\ x=4$

$\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$

$\dfrac{a^{12}}{b^6} = \dfrac{a^y}{b^6} \quad \therefore\ y=12$

$(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z}b^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z-2}b^z = a^4b^3 \quad \therefore\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=4+12+3=19$

23. $2^{100} = a$일 때, $4^{50} - 4^{49}$을 a에 관한 식으로 나타내면?

① $\frac{1}{4}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ $\frac{3}{4}a$ ④ $\frac{3}{2}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$$\begin{aligned} 4^{50} - 4^{49} &= (2^2)^{50} - (2^2)^{49} \\ &= 2^{100} - 2^{98} \\ &= 2^{100} - 2^{100} \div 2^2 \\ &= 2^{100}\left(1 - \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{3}{4} \times 2^{100} \\ &= \frac{3}{4}a \end{aligned}$$

24. $2^{10} = 1000$ 이라고 할 때, 1.6^5 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$1.6^5 = \left(\frac{16}{10}\right)^5 = \frac{(2^4)^5}{10^5} = \frac{(2^{10})^2}{10^5}$$
$$= \frac{(10^3)^2}{10^5} = 10$$

25. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A*B = A-2B$ 라 정의 하자. $A = x^2-4x+2$, $B = x^2+3x-5$ 에 대하여 $(A*B)*B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2-16x-22$ ② $-3x^2-16x+22$

③ $2x^2-14x+21$ ④ $2x^2-15x+22$

⑤ $3x^2+14x+22$

해설

$(A*B)*B = (A-2B)-2B = A-4B$ 이므로
$(x^2-4x+2)-4(x^2+3x-5)$
$= x^2-4x+2-4x^2-12x+20$
$= -3x^2-16x+22$

26. $x+y=3,\ xy=2$ 일 때, x^4+y^4 의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\times 2=5$

$\therefore\ x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2=25-2\times 4=17$

27. 자연수 n에 대하여 $\frac{n}{42}$을 유한소수로 나타낼 수 없을 때, 이 중 100 번째로 작은 수를 기약분수로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{52}{21}$

해설

$\frac{n}{42} = \frac{n}{2 \times 3 \times 7}$ 이므로 분모가 42 이고, 분자가 자연수인 분수 중에서 유한소수가 아닌 수는 분자가 21 의 배수가 아닌 수이다.
1 에서 104 까지의 자연수 중 21 의 배수는 4 개 이므로 21 의 배수가 아닌 수는 $104 - 4 = 100$ (개)
즉, 분자가 104 인 분수가 100 번째 유한소수가 아닌 수이므로 $\frac{104}{42} = \frac{52}{21}$ 이다.

28. 분수 $\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고 기약분수로 고치면 $\frac{4}{y}$ 가 된다고 한다. x가 $60 < x < 90$인 정수일 때, $x - y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2} = \frac{4}{y}$ 가 유한소수이므로 x는 9의 배수이다.

x는 $60 < x < 90$인 정수이므로 $x = 72$, $y = 25$

$\therefore x - y = 47$

29. $\frac{4}{27}$ 를 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 값을 구하여라.

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{41}$$

▶ 답:

▷ 정답: 91

해설

$\frac{4}{27} = 0.\dot{1}4\dot{8},\ x_1 = 1,\ x_3 = 8,\ x_5 = 4, \cdots x_7 = 1, \cdots$

$\therefore$ (준식) $= 7 \times (1 + 8 + 4) = 91$

30. $3^x \times 27 = 81^3$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

(좌변) $= 3^x \times 27 = 3^x \times 3^3 = 3^{x+3}$
(우변) $= 81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$
$3^{x+3} = 3^{12}$ 에서 $x + 3 = 12$ $\therefore\ x = 9$

31. $(x-1)^{99}$ 을 전개했을 때, x^{49} 의 계수를 a , x^{50} 의 계수를 b 라 할 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x-1)^{99}$ 의 전개식에서 항은 100 개이고 계수들은 좌우대칭이 된다. 따라서 x^{49} 의 계수와 x^{50} 의 계수는 절댓값이 같고, 부호만 다르다.

$\therefore\ a+b=0$

32. $x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=1$ 일 때, xyz^2+yz 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=1$ 에서

$y+\frac{1}{z}=1,\ \frac{yz+1}{z}=1,\ yz+1=z$

따라서 $yz=z-1$

마찬가지 방법으로 $xy=y-1$

따라서 주어진 식에 $xy=y-1,\ yz=z-1$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} xyz^2+yz &= (y-1)z^2+yz \\ &= yz^2-z^2+yz \\ &= yz(z+1)-z^2 \\ &= (z-1)(z+1)-z^2 \\ &= z^2-1-z^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

33. 0 이 아닌 세 수 x, y, z 에 대하여 $xy = \dfrac{yz}{2} = \dfrac{zx}{3} = k$ 일 때, $x^2+y^2+z^2 = pk$ 이다. 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{49}{6}$

해설

$xy = \dfrac{yz}{2} = \dfrac{zx}{3} = k$ 에서

$xy = k \cdots$ ㉠

$yz = 2k \cdots$ ㉡

$zx = 3k \cdots$ ㉢

㉠, ㉡을 변끼리 곱하면 $xy^2z = 2k^2$

$\therefore\ y^2 = \dfrac{2k^2}{zx} = \dfrac{2k^2}{3k} = \dfrac{2}{3}k$

㉡, ㉢을 변끼리 곱하면 $xyz^2 = 6k^2$

$\therefore\ z^2 = \dfrac{6k^2}{xy} = \dfrac{6k^2}{k} = 6k$

㉢, ㉠을 변끼리 곱하면 $x^2yz = 3k^2$

$\therefore\ x^2 = \dfrac{3k^2}{yz} = \dfrac{3k^2}{2k} = \dfrac{3}{2}k$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2 = \dfrac{3}{2}k + \dfrac{2}{3}k + 6k = \dfrac{49}{6}k = pk$

$\therefore\ p = \dfrac{49}{6}$