

1. $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 2$

해설

$\sqrt{72n} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times n}$ 에서 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $n = 2$ 이다.

2. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

① π

② $\sqrt{49}$

③ 3.14

④ $-\sqrt{100-1}$

⑤ $\frac{3}{7}$

해설

① π 는 무리수

② $\sqrt{49} = 7$ 이므로 유리수

③ 3.14는 유리수

④ $-\sqrt{100-1} = -\sqrt{99}$ 이므로 무리수

⑤ $\frac{3}{7}$ 은 분수 꼴로(분모가 0 이 아닌) 나타낼 수 있으므로 유리수

3. 다항식 $9x^2 - 49y^2$ 의 인수인 것은?

① $9x - 7y$

② $3x + 9y$

③ $3x + 7y$

④ $9x + 49y$

⑤ $3x + 49y$

해설

$$9x^2 - 49y^2 = (3x)^2 - (7y)^2 = (3x - 7y)(3x + 7y)$$

4. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

5. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

① $2x^2 + 3x - 4 = 0$

② $4x^2 - 2x + 1 = x^2 - 5$

③ $3x^2 - x + 2 = 2x^2 - 7x$

④ $\frac{1}{5}x^2 - 3 = 5$

⑤ $2x^2 - 1 = (x - 1)(2x + 3)$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

⑤ $2x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$, $x - 2 = 0$: 일차방정식

6. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1 클 때, 이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면

근과 계수와의 관계에 의해

두 근의 합 $a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{1}$

두 근의 곱 $a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ 를 풀면 $a = 4, -5$

$a = 4, -5$ 를 각각 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$a = 4$ 일 때, $m = -10$

$a = -5$ 일 때, $m = 8$

$\therefore (-10) + 8 = -2$

7. $\sqrt{78+a}=b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$78+a=9^2=81$$

$$\therefore a=3, b=9$$

$$\therefore a+b=12$$

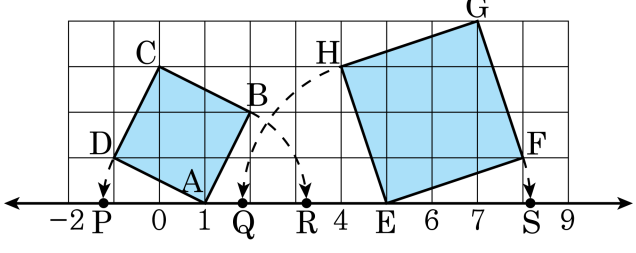
8. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

9. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



- | | |
|---|---|
| $\textcircled{\tiny \neg}$ P($-\sqrt{2}$) | $\textcircled{\tiny \sqsubset}$ Q($5-\sqrt{3}$) |
| $\textcircled{\tiny \subset}$ R($1+\sqrt{5}$) | $\textcircled{\tiny \supset}$ S($5+\sqrt{10}$) |

- ① $\textcircled{\tiny \neg}$, $\textcircled{\tiny \sqsubset}$ ② $\textcircled{\tiny \sqsubset}$, $\textcircled{\tiny \subset}$ ③ $\textcircled{\tiny \subset}$, $\textcircled{\tiny \supset}$ ④ $\textcircled{\tiny \neg}$, $\textcircled{\tiny \supset}$ ⑤ $\textcircled{\tiny \neg}$, $\textcircled{\tiny \subset}$

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 $\textcircled{\tiny \neg}$ P($1-\sqrt{5}$) $\textcircled{\tiny \sqsubset}$ Q($5-\sqrt{10}$)

10. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \cdots$
 $B = 5$
 $C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \cdots$
 $D = \sqrt{15} + 1 = 4. \cdots$
 $E = \sqrt{48} - 1 = 5. \cdots$
따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

11. $\sqrt{99}\sqrt{715} = A\sqrt{65}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하면?

- ① 144 ② 145 ③ 146 ④ 147 ⑤ 148

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{99}\sqrt{715} &= \sqrt{3^2 \times 11} \sqrt{5 \times 11 \times 13} \\ &= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33\sqrt{65}\end{aligned}$$

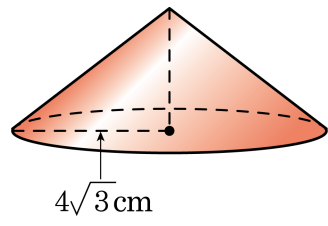
$$\therefore A = 33$$

$$6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$$

$$\therefore B = 180$$

$$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$$

12. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}\text{ cm}$ 인 원뿔의 부피가 $32\sqrt{7}\pi\text{ cm}^3$ 일 때, 높이를 구하면?



- ① $\sqrt{7}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{2}\text{ cm}$ ③ $2\sqrt{7}\text{ cm}$
④ $3\sqrt{2}\text{ cm}$ ⑤ $3\sqrt{7}\text{ cm}$

해설

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$32\sqrt{7}\pi = \frac{1}{3} \times \pi(4\sqrt{3})^2 \times h$$

$$= 16\pi \times h$$

$$\therefore h = 2\sqrt{7}$$

13. 두 이차식 $2a^2 + a - 6$, $4a^2 - 12a + 9$ 의 공통인 인수는?

① $2a + 3$

② $a + 2$

③ $2a - 3$

④ $a - 2$

⑤ $2a - 1$

해설

$2a^2 + a - 6 = (2a - 3)(a + 2)$
 $4a^2 - 12a + 9 = (2a - 3)^2$
따라서 공통인 인수는 $(2a - 3)$ 이다.

14. $x^2 - 4y^2 + 6x + 9$ 를 인수분해 하였을 때, 곱하여진 두 다항식의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x + 6$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4y^2 + 6x + 9 &= x^2 + 6x + 9 - 4y^2 \\&= (x + 3)^2 - 4y^2 \\&= (x + 3 + 2y)(x + 3 - 2y) \\ \therefore x + 3 + 2y + x + 3 - 2y &= 2x + 6\end{aligned}$$

15. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 을 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

16. 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 + 1) = 9$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{37}}{2}$ ③ $\frac{1 + \sqrt{37}}{2}$
④ $\frac{1 - \sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$

해설

$$a^2 + b^2 = X \text{ 로 치환하면 } X(X + 1) = 9$$

$$X^2 + X - 9 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 \pm \sqrt{37}}{2}$$

그런데 a, b 는 실수이므로

$$a^2 + b^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{-1 + \sqrt{37}}{2}$$

17. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4 \\ \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

18. n 명 중에서 2 명을 뽑아 줄을 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 가지이다. 어느 동호회에서 회장과 부회장 2 명을 뽑는 경우의 수가 156 가지 일 때, 동호회 회원은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 13명

해설

$n(n-1) = 156$ 이므로
 $n^2 - n - 156 = 0$ 이고,
 $(n+12)(n-13) = 0$ 이다.
 따라서 $n = 13$ (n 은 자연수) 이다.

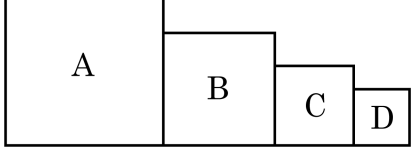
19. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $a > 0$)

- ① 0 의 제곱근은 1 개이다.
- ② a 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ③ 제곱근 a 는 $\sqrt{a}$ 이다.
- ④ $x^2 = a$ 이면 x 는 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 제곱근 a^2 은 a 이다.

해설

② a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.

20. 다음 그림에서 사각형 A,B,C,D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm² 일 때, D 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이}) \\ = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm²이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 (D의 넓이) = (한 변의 길이)² = $\frac{1}{2}$ (cm²)이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

21. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

22. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} +$$

$$\sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

23. a, b 가 유리수일 때, $(\sqrt{3}-1)a+2b=0$ 을 만족하는 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

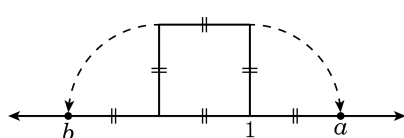
▷ 정답 : $a=0$

▷ 정답 : $b=0$

해설

동류항끼리 정리하면 $\sqrt{3}a+(-a+2b)=0$ 이므로 $a=0, b=0$

24. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2} - 2$ ② $\sqrt{2} - 1$ ③ $\sqrt{2}$
 ④ $2 - \sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

25. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때,
 $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면
 $2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$
 $=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$
 $=(x-5)(4x+1)$
 $\therefore ab+cd=1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$

26. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

27. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

28. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

29. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

- ① -2 ② 0 ③ ± 1 ④ ± 3 ⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a-b)\alpha^2 - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

30. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0, k = 1$ 이다.

31. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

32. $2x-3$ 이 $2x^2+ax-15$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2+ax-15 &= (2x-3)(x+b) \\ &= 2x+(2b-3)x-3b \text{ 에서} \\ -15 &= -3b, \quad b = 5 \\ a &= 2b-3 = 10-3 = 7 \end{aligned}$$

33. $\frac{\sqrt{9^{11}-81^5}}{\sqrt{27^6-9^8}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{9^{11}-81^5}}{\sqrt{27^6-9^8}} &= \frac{\sqrt{(3^2)^{11}-(3^4)^5}}{\sqrt{(3^3)^6-(3^2)^8}} \\ &= \frac{\sqrt{3^{22}-3^{20}}}{\sqrt{3^{18}-3^{16}}} \\ &= \frac{\sqrt{3^{20}(3^2-1)}}{\sqrt{3^{16}(3^2-1)}} \\ &= \sqrt{3^4} = 9\end{aligned}$$

34. 두 실수 a, b 가 $a^2 + ab + b^2 = 7$, $a^2 - ab + b^2 = 3$ 을 동시에 만족시킬 때, $(a + b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{cases} a^2 + ab + b^2 = 7 & \cdots \textcircled{1} \\ a^2 - ab + b^2 = 3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: a^2 + b^2 = 5$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}: 2ab = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2ab \\ &= 5 + 4 = 9 \end{aligned}$$

35. p, q, r 에 대하여 $(p+q+r)^2 = 3pq+3qr+3rp$ 이 성립할 때, p, q, r 을 세 변으로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인지 말하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$$(p+q+r)^2 = 3pq+3qr+3rp$$

$$p^2+q^2+r^2+2pq+2qr+2rp = 3pq+3qr+3rp$$

$$p^2+q^2+r^2-pq-qr-rp = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2p^2+2q^2+2r^2-2pq-2qr-2rp = 0$$

$$(p-q)^2+(q-r)^2+(r-p)^2 = 0$$

$$p-q=q-r=r-p=0$$

$$\therefore p=q=r$$

따라서 p, q, r 을 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이다.

36. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = 2x^2 - 5x$ 를 만족하는 x 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$$\begin{vmatrix} x & 5 \\ 3-x & x-2 \end{vmatrix} = x(x-2) - 5(3-x)$$

를 정리하면

$$x^2 - 2x - 15 + 5x = x^2 + 3x - 15$$

$$\text{즉, } x^2 + 3x - 15 = 2x^2 - 5x$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-3)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = 5$$

37. $4x^2 - 36[x] + 45 = 0$ 을 만족하는 실수 x 의 개수를 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$36[x]$ 는 짝수, $36[x]+45$ 는 홀수이므로 $4x^2$ 은 홀수이어야 한다.

따라서 $4x^2 = 2m + 1$ 이라 하면, $x = \frac{\sqrt{2m+1}}{2}$ (단, m 은 음이 아닌 정수)

$$4\left(\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right)^2 - 36\left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2}\right] + 45 = 0$$

$$(2m+1) - 36 \left[\frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right] + 45 = 0$$

$$\left\lfloor \frac{\sqrt{2m+1}}{2} \right\rfloor = \frac{m+23}{18}$$

$$\frac{m+23}{9} \leq \sqrt{2m+1} < \frac{m+41}{9}$$

각 변을 제공하면 $(m-58)^2 \leq 54^2$, $(m-40)^2 > 0$ 이다.

$(m - 40)^2 > 0$ 는 $m \neq 40$ 인 모든 실수에 대해서 성립하므로 $m \neq 40$ 이다.

$$(m-58)^2 \leq 54^2 \text{ 를 보면 } (m-58)^2 - 54^2 \leq 0, 4 \leq m \leq 112$$

$m \neq 40$ 이므로 $4 \leq m < 40$, $40 < m \leq 112$ 이다.

이 중에서 $\frac{m+23}{18}$ 이 정수인 것은,

18

$m = 13, 31, 49, 67, 85, 103$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{27}}{2}, \frac{\sqrt{63}}{2}, \frac{\sqrt{99}}{2}, \frac{\sqrt{135}}{2}, \frac{\sqrt{171}}{2}, \frac{\sqrt{207}}{2} \text{ (6 개)}$$

38. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 p, q 일 때, 이차방정식 $\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0$ 의 두 근을 각각 p, q 에 관한 식으로 나타내어라.
(단, $abc \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-p$

▷ 정답 : $-q$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서 } p + q = -\frac{b}{a}, pq = \frac{c}{a}$$

$$\frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{ 의 양변에 } c \text{를 곱하면}$$

$$x^2 - \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + (p + q)x + pq = 0$$

$$(x + p)(x + q) = 0$$

$$\therefore x = -p \text{ 또는 } x = -q$$

$$\text{따라서 } \frac{x^2}{c} - \frac{bx}{ac} + \frac{1}{a} = 0 \text{의 두 근은 } -p \text{와 } -q \text{이다.}$$

39. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2-kx-m=0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k-m$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 1.\times\times\times$$

$\therefore a=1, b=2-\sqrt{2}$
 $2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}$ 가 $ax^2-kx-m=0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a}=4, -\frac{m}{a}=2$$

$\therefore k=4, m=-2$
 $\therefore k-m=4-(-2)=6$

40. 동서 방향으로 길이가 500 m, 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 x 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8% 가 되도록 할 때, x 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m 로 일정하다.)

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$,
남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$ 이고,
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로

도로의 넓이는 $500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}, 900x - 2x^2 =$

8800,

$x^2 - 450x + 4400 = 0, (x - 440)(x - 10) = 0$

$\therefore x = 10$ ($\because 0 < x < 200$)