

1. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 2)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (2 + b)x + 2b = 0$$

$$2 + b = -a, \quad 2b = -a - 5$$

$$\therefore b = -3, \quad a = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

2. 이차방정식 $2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, 다른 한 근은?

① $x = -\frac{5}{2}$

② $x = -\frac{3}{2}$

③ $x = -\frac{1}{2}$

④ $x = -\frac{3}{2}$

⑤ $x = \frac{5}{2}$

해설

$2x^2 + 7x + a = 0$ 의 한 근이 -1 이므로

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 - 7 + a = 0, a = 5$$

$$2x^2 + 7x + 5 = 0$$

$$(2x + 5)(x + 1) = 0$$

따라서 $x = -\frac{5}{2}$ 또는 $x = -1$ 이다.

3. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 값 들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 \end{aligned}$$

$$k+3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k+3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$\therefore k = 1, \quad k = 9$$

$$(k \text{의 값의 곱}) = 1 \times 9 = 9$$

4. 이차방정식 $(2x-1)^2=3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(2x-1)^2=3$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}=1$$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 를 정리하면,

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b-12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

따라서 $a-20=0$, $2+4c=0$, $b-12=0$

$$\therefore a=20, b=12, c=-\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

6. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

7. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

8. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ㉢ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

9. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

10. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.
 $3 > k$: 근이 0개
 $k = 3$: 근이 1개
 $3 < k$: 근이 2개

11. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}(x - 2)(x + 4) &= 0 \\ x^2 + 2x - 8 &= 0, A = -8\end{aligned}$$

12. 이차방정식 $x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$ 의 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2 + 3x - 54 = 0$ 의 작은 근과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$
 $x^2 + (2a - 5)x + (a + 1)(a - 6) = 0$
 $(x + a - 6)(x + a + 1) = 0$
 $x = -a + 6$ 또는 $x = -a - 1$
두 근 중 큰 수이므로 $-a + 6$ 이다.
 $x^2 + 3x - 54 = 0$ 에서
 $(x - 6)(x + 9) = 0$
 $x = 6$ 또는 $x = -9$
두 근 중 작은 수이므로 -9 이다.
따라서 $-a + 6 = -9$ 이므로 $a = 15$ 이다.

13. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x = 1, x = p \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x = -1, x = q \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$, $x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,
 $\textcircled{\text{㉠}}$ 에서 공통근은 $x = p$
 $\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$
 $\textcircled{\text{㉢}}$ 에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$
 $\therefore p = 4q = -1$, $p - 4q = 0$
 $\therefore p - 4q - 1 = -1$

14. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

㉠ $4(x+1)=m+3$

㉡ $4x^2+4x-11=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

㉡ $4x^2+4x-11=0$
 $x^2+x-\frac{11}{4}=0$
 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=3$
 $\therefore x=\frac{-1\pm2\sqrt{3}}{2}$

㉠ $4(x+1)=m+3 \quad \therefore x=\frac{m-1}{4}$
 $\frac{-1-2\sqrt{3}}{2}<\frac{m-1}{4}<\frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$
 $-2-4\sqrt{3}<m-1<-2+4\sqrt{3}$
 $-1-4\sqrt{3}<m<-1+4\sqrt{3}$
정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.
 $\therefore -7+5=-2$

15. 이차방정식 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2 - 3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 + \sqrt{33}$

해설

$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x-1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$