**1.** 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.

② $x$ 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

③ $y$ 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

④ $x$ 에 관한 4차식이다.

⑤ $xy$ 의 계수는 1이다.

해설

④ $x$ 에 관한 2차식이다.

**2.** $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$ ② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$

③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$ ④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$

⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3)$$
$$= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3$$
$$= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3$$

**3.** 다음 등식이 $x$에 대한 항등식이 되도록 상수 $a, b, c$의 값을 정할 때, $a+b+c$의 값은?

$$a(x-1)(x+1)+b(x-1)+c(x+1)=2x^2+x+1$$

① 3　　② 2　　③ 1　　④ 0　　⑤ $-1$

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면

$a=2,\ b=-1,\ c=2$

해설

$x^2$ 의 계수가 2이므로 $a=2$

$x=1$ 대입, $c=2$

$x=-1$ 대입, $b=-1$

$\therefore\ a+b+c=3$

**4.** 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.

④ $b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.

⑤ 제곱하여 $-3$ 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i,\ b = 1$ 이면 $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

**5.** 등식 $(4+i)x+2+2yi=2+5i$를 만족시키는 실수 $x,\ y$에 대하여 $x+2y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ )

① $-5$ ② $-3$ ③ $0$ ④ $5$ ⑤ $3$

해설

$(4x+2)+(x+2y)i=2+5i$

$4x+2=2,\ \ x+2y=5$

**6.** 이차방정식 $2x^2 - 2x + 3 = 0$의 두 근을 구하면?

① $-1 \pm \sqrt{5}i$ ② $1 \pm \sqrt{5}$ ③ $\dfrac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

④ $\dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\dfrac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

해설

$2x^2 - 2x + 3 = 0$에서

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 2\times3}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}i}{2}$$

**7.** 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 $a$, $b$ 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 이
$x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가지므로
$y = a(x-2)^2 + 5 = ax^2 - 4ax + 4a + 5$
위의 식이 $y = ax^2 + bx - 3$ 과 일치하므로
$-4a = b,\ 4a + 5 = -3$
$\therefore a = -2,\ b = 8$
$\therefore a + b = 6$

**8.** 삼차방정식 $x^3+27=0$의 모든 근의 합은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^3+3^3=0,\ (x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore\ x=-3,\ \dfrac{3\pm 3\sqrt{3}i}{2}$

합 : $-3+\dfrac{3+3\sqrt{3}i}{2}+\dfrac{3-3\sqrt{3}i}{2}=0$

해설

$x^3+27=0$에서 $x^2$의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

**9.** 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2,\ y = -3$일 때, $a + b$의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

**해설**

$x = 2,\ y = -3$을
두 방정식
$2x + ay = 10,\ x - y = b$에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
$\therefore\ a = -2$
$2 - (-3) = b$
$\therefore\ b = 5$
$\therefore\ a + b = 3$

**10.** $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$

② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$

④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$$(a+b-c)(a-b+c)$$
$$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$$
$$=a^2-(b-c)^2$$
$$=a^2-b^2-c^2+2bc$$

**11.** $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x-2$를 인수로 가질 때, $k$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $6$

해설

$f(x)$ 가 $x-2$를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$가 $x-2$로 나누어 떨어진다는 뜻이다.
즉, $f(2) = 0$을 만족시키는 $k$를 구하면,
$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$
$\therefore\ k = 6$

**12.** 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x-1$　② $x-2$　③ $x-3$　④ $x+1$　⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

**13.** $x$에 대한 다항식 $x^3-2x^2-x+2$가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, $a, b, c$는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

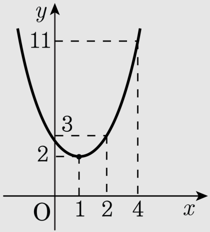
$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$

$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

**14.** $2 \le x \le 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값은 $M$ , 최솟값은 $m$ 이다. $M + m$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설




$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$

따라서 함수의 그래프는 점$(1, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로

( i ) $x = 2$ 일 때 최소이며, 최솟값은 $f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$

$\therefore\ m = 3$

( ii ) $x = 4$ 일 때 최대이며, 최댓값은 $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$\therefore\ M = 11$

$\therefore\ M + m = 14$

**15.** $x$의 범위가 $0 \le x \le 3$ 일 때, 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 1$ 의 최댓값을 $M$, 최솟값을 $m$ 이라 한다. 이 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

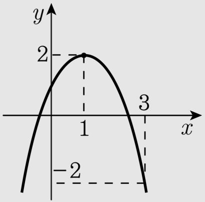
▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = -x^2 + 2x + 1 = -(x-1)^2 + 2$
이므로 오른쪽 그림에서 주어진 이차함수는 $x = 1$ 일 때, 최댓값 2, $x = 3$ 일 때, 최솟값 $-2$를 가짐을 알 수 있다.

$\therefore\ M + m = 2 + (-2) = 0$



**16.** 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 $x$의 범위가 $-2 \le x \le 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① $-3$ ② $-2$ ③ $0$ ④ $6$ ⑤ $9$

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$

$-2 \le x \le 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,

$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

**17.** 사차방정식 $x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$ 의 모든 해의 곱을 구하면?

① $-8$　② $-2$　③ $1$　④ $4$　⑤ $8$

**해설**

$x(x-1)(x+1)(x+2)-8=0$
$\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}-8=0$
$(x^2+x)(x^2+x-2)-8=0$
$x^2+x=t$ 라 하면, $t(t-2)-8=0$
$\therefore\ t^2-2t-8=x^4+2x^3-x^2-2x-8=0$
근과 계수와의 관계에 의해서, 근을 $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$ 라 하면 $\therefore$ 모든 해의 곱은 $-8$

**해설**

근과 계수의 관계에서 모든 해의 곱을 나타내는 것은 다항식을 전개했을 때의 상수항이므로 $-8$ (단, 다항식의 최고차항의 차수가 홀수일 때는 상수항의 부호를 반대로 바꾼것이 모든 해의 곱이다.)

**18.** 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2\ ,\ x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 $-1$

**19.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x$, $y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$　② $4$　③ $-3\sqrt{2}$

④ $-4$　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \quad \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, \ y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2}, \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

**20.** 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 $x$, $y$에 대하여 $x+y$ 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $3\sqrt{2}$ ② $4$ ③ $-3\sqrt{2}$

④ $-4$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$

$(x-y)(x-2y)$

$\Rightarrow \quad (x-y)(x-2y) = 0$

$\Rightarrow \quad x = y$ 또는 $x = 2y$

ⅰ) $x = y$

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2 \quad \Rightarrow \quad y = \pm 2$

ⅱ) $x = 2y$

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2\sqrt{2}$

$x + y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$

**21.** $x$에 대한 항등식 $\frac{x^2-3x-1}{x-1}-\frac{x^2-x-3}{x+1}+\frac{2}{x}=\frac{Ax+B}{x(x-1)(x+1)}$에서 $A-B$의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-2$

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.
양변에 $x=2,\ x=-2$를 대입해서 정리하면
$x=2$일 때
$$\frac{4-6-1}{1}-\frac{4-2-3}{3}+\frac{2}{2}=\frac{2A+B}{2\times1\times3}$$
$$-3+\frac{1}{3}+1=\frac{2A+B}{6}$$
$\therefore\ 2A+B=-10\cdots$ ㉠
$x=-2$일 때
$$\frac{4+6-1}{-3}-\frac{4+2-3}{-1}+\frac{2}{-2}=\frac{-2A+B}{(-2)(-3)(-1)}$$
$$-3+3-1=\frac{-2A+B}{-6}$$
$\therefore\ -2A+B=6\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=-4,\ B=-2$
$\therefore\ A-B=(-4)-(-2)=-2$

**22.** 다음 계산을 하시오.

$$1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4=1$이므로

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}+\frac{1}{i}^{3}+\frac{1}{i}^{4}$$
$$=\frac{1}{i}^{5}+\frac{1}{i}^{6}+\frac{1}{i}^{7}+\frac{1}{i}^{8}\cdots$$
$$=\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}+\frac{1}{i}^{3}+\frac{1}{i}^{4}$$
$$=-i-1+i+1=0$$

$\therefore$ (준식) $=1+(0+0+\cdots+0)+\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}$

$=1-i-1=-i$

**23.** 방정식 $2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$ 을 만족시키는 실수 $x,\ y$의 곱 $xy$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4$

해설

$2x^2+y^2+2xy-4x+4=0$에서

$(x^2+2xy+y^2)+(x^2-4x+4)=0$

$(x+y)^2+(x-2)^2=0$

$x,\ y$가 실수이므로 $x+y=0,\ x-2=0$

$\therefore\ x=2,\ y=-2$

$\therefore\ xy=-4$

**24.** 복소수 $\alpha$, $\beta$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\overline{\alpha}$ 는 $\alpha$ 의 켤레복소수이다.)

> ㉠ $\alpha+\overline{\alpha}$ 는 실수이다.
>
> ㉡ $\alpha-\overline{\alpha}$ 는 허수이다.
>
> ㉢ $\alpha^2$ 이 실수이면 $\alpha$ 도 실수이다.
>
> ㉣ $\overline{\alpha+\beta}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta}=\overline{\alpha}\cdot\overline{\beta}$ 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉣　⑤ ㉡, ㉣

해설

$\alpha=a+bi,\ \beta=c+di\ (a,\ b,\ c,\ d$ 는 실수$)$라 하면

㉠ $\alpha+\overline{\alpha}=(a+bi)+(a-bi)=2a$ (실수)

$\therefore$ 참

㉡ $\alpha$ 가 실수이면 $\alpha=\overline{\alpha}$ 이므로 $\alpha-\overline{\alpha}=0$ 이다.

따라서 $\alpha-\overline{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

$\therefore$ 거짓

㉢ $i^2=-1$ 은 실수이지만 $i$ 는 순허수이다.

$\therefore$ 거짓

㉣
$$\begin{aligned}\overline{\alpha+\beta}&=\overline{(a+c)+(b+d)i}\\&=(a+c)-(b+d)i\\&=(a-bi)+(c-di)\\&=\overline{\alpha}+\overline{\beta}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{\alpha\beta}&=\overline{(ac-bd)+(ad+bc)i}\\&=(ac-bd)-(ad+bc)i\\&=(a-bi)(c-di)\\&=\overline{\alpha}\cdot\overline{\beta}\end{aligned}$$

$\therefore$ 참

**25.** $x$에 대한 이차방정식 $3x^2-(2k+5)x+3=0$의 두 근 중 한 근을 $\alpha$라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\alpha}=k^2$이 성립한다. 이때, 양수 $k$의 값을 구하면?

① $2$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $1$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $3$

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이 $a$이면

다른 한 근은 $\frac{1}{a}$이다.

$\therefore \quad a+\frac{1}{a}=k^2=\frac{2k+5}{3}$

$\therefore \quad 3k^2-2k-5=0$

$k=\frac{5}{3}$ 또는 $-1$

$\therefore$ 양수 $k=\frac{5}{3}$