

1. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때, a 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?

① $x = -1$ 또는 $x = -2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 0$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서

(i) 처음에는 x 의 계수 a 를 잘못 보고,

상수항 b 를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.

따라서 $b = 2$

(ii) 두 번째는 상수항 b 를 잘못 보고, x 의 계수 a 를 바르게 보았으므로

두 근 -2, 5의 합은 옳다.

따라서 $a = 3$,

$\therefore$ 주어진 이차방정식은

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

2. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1 일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z 라 하면 주어진 조건으로부터

$$x + y + z = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{3}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 이므로

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢} \text{에서 } 0^2 = 1 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xy + yz + zx = -\frac{1}{2} \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{xy + yz + zx}{xyz} = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$3xyz = 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{3}$$

$$\text{또, } x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } x + y + z = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz = 3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -1$$

3. 두 다항식 A, B 에 대하여 $\{A, B\} = A^2 + B^2 - AB$ 라 할 때, $\{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7$ 을 실수 범위에서 인수분해한다. 이 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - \sqrt{2}$

② $x - 1$

③ x

④ $x + 1$

⑤ $x + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \{x^2 + 1, 2x^2 - 3\} - 7 \\ &= (x^2 + 1)^2 + (2x^2 - 3)^2 - (x^2 + 1)(2x^2 - 3) - 7 \\ &= x^4 + 2x^2 + 1 + 4x^4 - 12x^2 + 9 - 2x^4 + x^2 + 3 - 7 \\ &= 3x^4 - 9x^2 + 6 \\ &= 3(x^4 - 3x^2 + 2) \\ &= 3(x^2 - 1)(x^2 - 2) \\ &= 3(x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

4. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}$$

5. 10 이하의 자연수 n 에 대해, $\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = -1$ 을 만족하는 모든 n 의 총합은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$\frac{(1+i)^{2n}}{2^n} = \frac{\{(1+i)^2\}^n}{2^n} = \left(\frac{2i}{2}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이므로 $n = 4k + 2 (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$

n 이 10 이하의 자연수이므로 $n = 2, 6, 10$

$$\therefore 2 + 6 + 10 = 18$$

6. 복소수 z 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이고 $z \neq 0$ 이다)

㉠ $z + \bar{z}$

㉡ $z\bar{z}$

㉢ $(z - \bar{z})^2$

㉤ $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$

㉥ $\frac{\bar{z}}{z}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$$z = a + bi \text{ 라 하자 } \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{㉠ } z + \bar{z} = 2a$$

$$\text{㉡ } z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$\text{㉢ } (z - \bar{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$$

$$\text{㉤ } \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} - \frac{a + bi}{a^2 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 + b^2}$$

$$\text{㉥ } \frac{\bar{z}}{z} = \frac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$$

7. 함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 상수 a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$

② 0

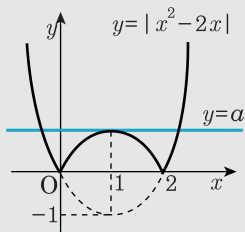
③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

해설

함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프를 그리면
아래 그림과 같다.



이때, 직선 $y = a$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면
직선 $y = a$ 가 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 의
꼭지점을 지나야 한다.

$$y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1 \text{ 에서}$$

꼭지점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 $y = 1$
 $\therefore a = 1$

8. x, y 가 실수일 때, $2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 = 2(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + 5$$

이 때, x, y 가 실수이므로

$$(x - 1)^2 \geq 0, (y + 3)^2 \geq 0$$

$$\therefore 2x^2 - 4x + y^2 + 6y + 16 \geq 5$$

따라서 구하는 최솟값은 5이다.

9. 두 실수 x, y 가 $x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - y - 2 = 0 \text{ 을 } x \text{ 에 대하여 내림차순으로 정리하면}$$
$$x^2 - 4x + y^2 - y - 2 = 0$$

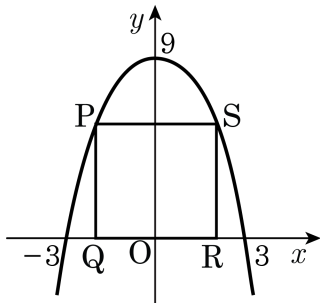
이 때, x 가 실수이므로 판별식 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (-2)^2 - (y^2 - y - 2) \geq 0$$

$$y^2 - y - 6 \leq 0, (y + 2)(y - 3) \leq 0$$

$\therefore -2 \leq y \leq 3$ 따라서, y 의 최댓값은 3 이다.

10. 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면

$(0, 9)$ 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,

$(3, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$

$R(a, 0)$ 이라 하면 (단, $0 < a < 3$), $S(a, -a^2 + 9)$

직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$

둘레는 $2\{2a + (-a^2 + 9)\} = -2(a - 1)^2 + 20$

따라서 둘레의 최댓값은 20

11. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.



답 :

초 후



정답 : 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$$45 = 45 + 40x - 5x^2$$

$$5x^2 - 40x = 0$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

12. $P(x) = \frac{1}{2}(x-1)$ 일 때 $\{P(x)\}^{2007}$ 을 $P(x^2)$ 으로 나눈 나머지는?

① $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

③ $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

④ $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

⑤ $x - 1$

해설

$$P(x^2) = \frac{1}{2}(x^2 - 1) = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)$$

$P(x^2)$ 이 이차식이므로 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x) = ax + b$ 라 하면

$$\{P(x)\}^{2007} = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)Q(x) + ax + b \cdots \textcircled{7}$$

$$P(x) = \frac{1}{2}(x-1) \text{ 에서 } P(1) = 0, P(-1) = -1$$

⑦에 $x = 1$ 을 대입하면 $a + b = 0$

⑦에 $x = -1$ 을 대입하면 $-a + b = -1$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore R(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

13. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 4$ 로 나눈 나머지는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3 \text{ 에서 } f(x) = x$$

즉, $f(x) - x$ 는 $x - 1, x - 2, x - 3$ 을 인수로 한다.

$$f(x) - x = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) + x, f(4) = 10$$

해설

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \text{ 라 하면}$$

$$(i) f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$$

$$(ii) f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$$

$$(iii) f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$$

위의 세식을 연립하여 풀면,

$$a = -6, b = 12, c = -6$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$$

$$\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$$

14. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ㉠ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 ㉡ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 ㉢ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 ㉣ $a = b$ 인 이등변삼각형
 ㉤ $b = c$ 인 이등변삼각형

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
 ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c} \text{ 에서}$$

$$(a-b+c)(a-b-c) = (a+b+c)(-a-b+c)$$

$$(a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) = 0$$

$$\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} = 0$$

$$(a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 - c^2 = 0$$

그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

15. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b = -\sqrt{2}$, $b + c = \sqrt{2}$ 일 때, $(a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 - 3(a - b)(b - c)(c - a)$ 의 값은?

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $-\sqrt{2}$

④ 2

⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & (a - b)^3 + (b - c)^3 + (c - a)^3 - 3(a - b)(b - c)(c - a) \\ &= \{(a - b) + (b - c) + (c - a)\} \\ & \quad \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \\ & \quad - (a - b)(b - c) - (b - c)(c - a) - (c - a)(a - b)\} \\ &= 0 \end{aligned}$$

두 복소수 α, β 를 $\alpha = (3 + 4i)^{10} + (3 - 4i)^{10}$, $\beta = (3 + 4i)^{10} - (3 - 4i)^{10}$ 이라 할 때, α 는 (가) 이고, β 는 (도) (나) 이다.

다음 중 (가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

- ① 양의 실수, 음의 실수 ② 음의 실수, 양의 실수
 ③ 실수, 순허수 ④ 순허수, 실수
 ⑤ 순허수, 순허수

해설

$\alpha = (3 + 4i)^{10} + (3 - 4i)^{10}$ 을 직접 계산하기는 어렵다.

따라서 $\bar{\alpha}$ 를 구하여 α 와 $\bar{\alpha}$ 의 관계를 살펴본다.

$$\begin{aligned}\bar{\alpha} &= \overline{(3 + 4i)^{10} + (3 - 4i)^{10}} \\ &= \overline{(3 + 4i)^{10}} + \overline{(3 - 4i)^{10}} \Leftarrow \overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2 \\ &= (3 - 4i)^{10} + (3 + 4i)^{10} \Leftarrow \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2 \\ &= \alpha\end{aligned}$$

따라서 $\bar{\alpha} = \alpha$ 이므로 α 는 실수이다.

$$\begin{aligned}\bar{\beta} &= \overline{(3 + 4i)^{10} - (3 - 4i)^{10}} \\ &= \overline{(3 + 4i)^{10}} - \overline{(3 - 4i)^{10}} \Leftarrow \overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2 \\ &= (3 - 4i)^{10} - (3 + 4i)^{10} \Leftarrow \overline{z_1 z_2} = \bar{z}_1 \bar{z}_2 \\ &= -\beta\end{aligned}$$

따라서 $\bar{\beta} = -\beta$ 이므로 β 는 순허수이다.

17. $z_1 = a+bi, z_2 = c+di, a^2+b^2=1, c^2+d^2=1, a, b, c, d$ 는 실수라 할 때, z_1 과 z_2 에 대하여 <보기>중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- ㉠ $z_1 + z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 1이다.
 ㉡ $z_1 \times z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 1이다.
 ㉢ $z_1 \div z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 1이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1$ 이므로

$$\textcircled{㉠} \quad z_1 + z_2 = (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$(a + c)^2 + (b + d)^2$ 은 항상 1이 된다고 볼 수 없다.

$\therefore z_1 + z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 항상 1이라 할 수 없다.

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡} \quad z_1 \times z_2 &= (a + bi)(c + di) \\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i \\ &= (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2 \\ &= a^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 + b^2c^2 \\ &= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) \\ &= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1 \end{aligned}$$

$\therefore z_1 \times z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 항상 1이라 할 수 없다.

$$\begin{aligned} \textcircled{㉢} \quad \frac{z_1}{z_2} &= \frac{a + bi}{c + di} \\ &= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} \\ &= \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2} \\ &= (ac + bd) + (bc - ad)i \end{aligned}$$

$$(ac + bd)^2 + (bc - ad)^2 = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1$$

$\therefore z_1 \div z_2$ 의 실수부의 제곱과 허수부의 제곱의 합은 항상 1이라 할 수 없다.

18. x 보다 작거나 같은 정수 중에서 최대의 정수를 $[x]$, x 보다 크거나 같은 정수 중에서 최소의 정수를 $\langle x \rangle$ 로 나타낼 때, 방정식 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 의 해를 구하면?

① $\frac{7}{2}$

② $3 \leq x \leq 4$

③ $3 \leq x < 4$

④ $3 < x \leq 4$

⑤ $3 < x < 4$

해설

x 가 정수 k 일 때,

$$[x] = \langle x \rangle = k$$

$k < x < k + 1$ 일 때,

$$[x] = k, \langle x \rangle = k + 1$$

따라서 $[x] + \langle x \rangle = 7$ 이고

$[x], \langle x \rangle$ 는 정수이므로

$$[x] = 3, \langle x \rangle = 4 \quad (\because [x] \leq \langle x \rangle)$$

$$\therefore 3 < x < 4$$

19. x 의 이차방정식 $x^2 + (k-2)x + 2 + k^2 + k = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 하고 $(1-\alpha)(1-\beta)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\alpha + \beta = 2 - k, \quad \alpha\beta = 2 + k^2 + k$$

$$\begin{aligned}\therefore (1-\alpha)(1-\beta) &= 1 - (\alpha + \beta) + \alpha\beta \\ &= k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2 \quad \cdots \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

실근 조건에 의해

$$D = (k-2)^2 - 4(2 + k + k^2) \geq 0$$

$$3k^2 + 8k + 4 \leq 0 \quad \therefore (3k+2)(k+2) \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq k \leq -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서

$$k = -1 \text{ 일 때 } m = 0$$

$$k = -2 \text{ 일 때 } M = 1$$

$$\therefore M + m = 1$$

20. 실수를 계수로 갖는 이차방정식 $x^2 - (m-1)x + (m+1) = 0$ 이 허근 α 를 갖고, α^3 이 실수일 때, m 의 값은?

① 0

② 1

③ 3

④ 0, 3

⑤ 0, 1, 3

해설

α^3 이 실수이므로 $\bar{\alpha}^3 = \alpha^3$,

$$(\alpha - \bar{\alpha})(\alpha^2 + \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2) = 0$$

α 는 허수이므로 $\alpha \neq \bar{\alpha}$

$$\therefore \alpha^2 + \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}^2 = 0 \cdots \cdots (i)$$

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \bar{\alpha} = m-1, \alpha\bar{\alpha} = m+1$$

$$(i) \text{은 } (\alpha + \bar{\alpha})^2 - \alpha\bar{\alpha} = 0, (m-1)^2 - (m+1) = 0$$

$$m^2 - 3m = m(m-3) = 0$$

$$\therefore m = 0, 3$$

이차방정식 $x^2 - (m-1)x + (m+1) = 0$ 이

허근을 가지므로 $D = (m-1)^2 - 4(m+1) < 0$

$m = 0, 3$ 은 이 부등식을 만족시키므로 구하는 답이 된다.

21. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $a > 0$, $b > 0$, $b^2 - 4ac > 0$ 일 때,
다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 두 근은 모두 음이다.
- ② 음근을 가질 수 없다.
- ③ 적어도 한 개의 음근을 갖는다.
- ④ 두 근은 모두 양이다.
- ⑤ 양근 한 개, 음근 한 개를 갖는다.

해설

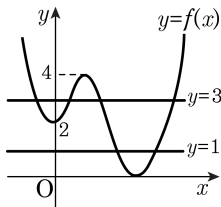
$b^2 - 4ac > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

서로 다른 두 실근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} < 0, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

- (i) $c > 0$ 이면 $\alpha\beta > 0$ 이므로 두 근은 모두 음
- (ii) $c < 0$ 이면 $\alpha\beta < 0$ 이므로 두 근은 양, 음
- (iii) $c = 0$ 이면 $\alpha\beta = 0$ 이므로 두 근은 음, 0

22. 사차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 방정식 $\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 의 실근의 개수는?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 6 개

해설

$\{f(x)\}^2 = 4f(x) - 3$ 을 인수분해하면

$$\{f(x) - 1\} \{f(x) - 3\} = 0$$

$$\therefore f(x) = 1 \text{ 또는 } f(x) = 3$$

따라서, 위의 그래프와 같이

$f(x) = 1$ 과 $f(x) = 3$ 을 만족하는 x 는

각각 2 개와 4 개이므로 실근의 개수는 6 개이다.

23. 이차함수 $y = x^2 + kx - 2k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값과 그 때의 k 의 값을 각각 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 4$

▷ 정답 : $k = -4$

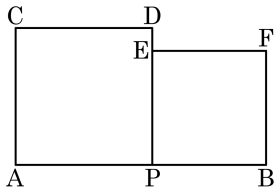
해설

$$y = \left(x + \frac{1}{2}k\right)^2 - 2k - \frac{1}{4}k^2$$

$$\therefore m = -2k - \frac{1}{4}k^2 = -\frac{1}{4}(k+4)^2 + 4$$

따라서 m 의 최댓값은 4 , $k = -4$ 이다.

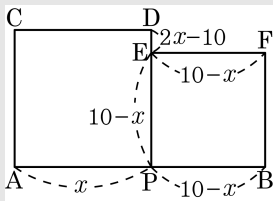
24. 다음 그림과 같이 길이가 10 인 선분 AB 위의 한 점 P 에서 같은 방향으로 정사각형 APDC , 정사각형 PBFE 를 그릴 때, $\overline{DE}^2 + \overline{EF}^2$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

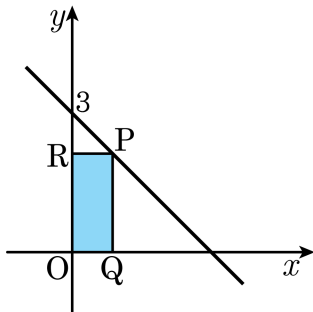


$\overline{AP} = x$ 라 하면 위의 그림과 같다.

$$\begin{aligned}\overline{DE}^2 + \overline{EF}^2 &= (2x - 10)^2 + (10 - x)^2 \\ &= 5x^2 - 60x + 200 \\ &= 5(x - 6)^2 + 20\end{aligned}$$

따라서 $x = 6$ 일 때, 최솟값이 20 이다.

25. 다음 그림과 같이 직선이 $y = -x + 3$ 의 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 y 라고 한다. y 가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?



① $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$

② $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

④ $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

해설

점 P 의 좌표는 $(a, -a + 3)$ 이고 넓이는 y 이므로

$$y = a(-a + 3) = -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} + 3\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$