

1. $(-4)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -12$

해설

$$(-4)^2 = 16 = (\pm 4)^2$$

$$\therefore a = +4$$

$$\sqrt{81} = 9 = (\pm 3)^2$$

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = (+4) \times (-3) = -12$$

2. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

① 36

② 49

③ -1

④ 225

⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.
⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

3. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낸 수로 올바른 것은?

① $-\sqrt{25} = 5$

② $-\sqrt{(-6)^2} = 6$

③ $(\sqrt{7})^2 = 7$

④ $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = \frac{4}{3}$

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

① $-\sqrt{25} = -5$

② $-\sqrt{(-6)^2} = -6$

④ $-\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = -\frac{4}{3}$

⑤ $\sqrt{(-5)^2} = 5$

4. $\sqrt{3.6} \times \sqrt{4.9}$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4.2

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3.6} \times \sqrt{4.9} &= \sqrt{3.6 \times 4.9} = \sqrt{\frac{36}{10} \times \frac{49}{10}} \\ &= \sqrt{\frac{6^2 \times 7^2}{10^2}} = \sqrt{\frac{(6 \times 7)^2}{10^2}} \\ &= \frac{42}{10} = 4.2\end{aligned}$$

5. $\sqrt{15} \times \sqrt{20} = a\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{15} \times \sqrt{20} &= \sqrt{3 \times 5} \times \sqrt{2^2 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 10$$

6. $2x^2 - 5x + 2 = (2x - A)(Bx - C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 4$

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = (2x - 1)(x - 2)$$

$$(2x - 1)(x - 2) = (2x - A)(Bx - C) \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A + B + C = 1 + 1 + 2 = 4$$

7. $8x^2 - 10xy - 12y^2$ 을 인수분해 했을 때, 인수인 것을 고르면?

① $4x + 3y$

② $x - y$

③ $x + 2y$

④ $2x + 4y$

⑤ $4x - 3y$

해설

$$\begin{aligned} 8x^2 - 10xy - 12y^2 &= 2(4x^2 - 5xy - 6y^2) \\ &= 2(x - 2y)(4x + 3y) \end{aligned}$$

8. 다음 중 옳은 것은?

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(a+b)^2 = (a-b)^2$

③ $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

④ $(a-b)(-a-b) = (a-b)(a+b)$

⑤ $(b+a)(b-a) = (-b-a)(b+a)$

해설

① $(a-b)^2 = \{-(a-b)\}^2 = (b-a)^2$

9. $\sqrt{25-x}=3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 16$

해설

$$\sqrt{25-x} = \sqrt{9}, \quad 25-x=9 \quad \therefore x=16$$

10. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3}$, $2.3683\cdots$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.

따라서 유리수는 3 개이다.

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

12. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

13. 다음 식을 간단히 나타낸 것 중 틀린 것은?

- ① $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} = \sqrt{10}$
② $\frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -12$
③ $2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
④ $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} = -6\sqrt{3}$

해설

- ① $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} = \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$
 $= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$
② $\frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{6} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$
 $= \frac{4\sqrt{3}}{3} \times (-3\sqrt{3})$
 $= -12$
③ $2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{21}{7}} \times \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$
④ $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = 6\sqrt{\frac{3 \times 5}{3 \times 5 \times 6}}$
 $= 6 \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} = 3 \times \left(-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}\right) \times \sqrt{6}$
 $= 3 \times (-\sqrt{2}) \times \sqrt{6}$
 $= -6\sqrt{3}$

14. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) = -a\sqrt{10}$ 이고 $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = b\sqrt{2} + c\sqrt{6}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \div \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times (-\sqrt{30}) \\ &= \sqrt{3} \times (-\sqrt{30}) = -\sqrt{90} = -3\sqrt{10} \\ &\therefore a = 3 \\ & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &\therefore b = -7, c = 4 \\ &\therefore a + b + c = 0 \end{aligned}$$

15. $4 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{1}{a+b-1+\sqrt{2}}$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 < 4 - \sqrt{2} < 3, \\ a = 2, b = 4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2},$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{2 + 2 - \sqrt{2} - 1 + \sqrt{2}} = \frac{1}{3}$$

16. $(a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a + b + 2)$

② $4(a - b - 2)$

③ $4a(b + 1)$

④ $4a(b + 2)$

⑤ $4b(a + 2)$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + 2)^2 - (-a + b - 2)^2 \\ &= \{(a + b + 2) + (-a + b - 2)\} \\ & \quad \{(a + b + 2) - (-a + b - 2)\} \\ &= 2b(2a + 4) \\ &= 4b(a + 2) \end{aligned}$$

17. $a^2 - 8a - 9b^2 + 16$ 을 인수분해하면?

- ① $(a + 3b - 4)(a - 3b - 4)$ ② $(a + 3b + 4)(a - 3b - 4)$
③ $(a + 3b + 4)(a + 3b - 4)$ ④ $(a - 3b - 4)^2$
⑤ $(a + 3b + 4)(a - 3b + 4)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 8a + 16 - 9b^2 \\&= (a - 4)^2 - (3b)^2 \\&= (a + 3b - 4)(a - 3b - 4)\end{aligned}$$

18. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ $\sqrt{a}$

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

20. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

- ① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

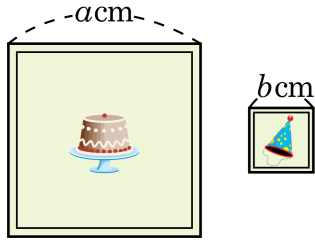
해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

21. 한 변의 길이가 각각 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 합이 80 cm 이고 넓이의 차가 100 cm^2 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 차를 구하면?



- ① 5 cm ② 20 cm ③ 40 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

$4(a + b) = 80$ 이므로 $a + b = 20$
 $a^2 - b^2 = 100$ 이므로 $(a + b)(a - b) = 100$
 $a - b = 5$
 $\therefore 4(a - b) = 4 \times 5 = 20$

22. $x^3 + y^3 = 3(x^2 - xy + y^2)$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^4 - y^4$ 의 값을 구하여라.
(단, $x > y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 3(x^2 - xy + y^2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x + y = 3$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } x + y = 3 \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$6 = 3^2 - 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{3}{2}$$

$$x^2 + y^2 = 6 \text{ 과 } xy = \frac{3}{2} \text{ 에서}$$

$$x^2 + y^2 = (x - y)^2 + 2xy$$

$$6 = (x - y)^2 + 3$$

$$\therefore x - y = \sqrt{3} \text{ (} \because x > y \text{)}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4 - y^4 &= (x^2 + y^2)(x + y)(x - y) \\ &= 6 \times 3 \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

23. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a, b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x, y 를 각각 대입하면
 $b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$
양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면
 $(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$
 $\therefore a = 2, b = 1$
 $\therefore ab = 2$

24. $\frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2008

해설

2009 = a 라 하면

$$\frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)}$$

$$= \frac{a^6 - 1}{(a^3 + 1)\{a(a + 1) + 1\}}$$

$$= \frac{(a^3 + 1)(a^3 - 1)}{(a^3 + 1)(a^2 + a + 1)}$$

$$= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

$$= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1}$$

$$= a - 1$$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{(2009^6 - 1)}{(2009^3 + 1)(2009 \times 2010 + 1)} \\ &= 2009 - 1 = 2008 \end{aligned}$$

25. 2 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$ 일 때, $a^4 - b^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $160\sqrt{6}$

해설

$a^2 - 4a - 2 = 0, b^2 + 4b - 2 = 0$
두 식을 완전제곱꼴로 만들면
 $a^2 - 4a + 4 - 6 = 0, a^2 - 4a + 4 = 6,$
 $(a - 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{1}$
 $b^2 + 4b + 4 - 6 = 0, b^2 + 4b + 4 = 6,$
 $(b + 2)^2 = 6 \cdots \textcircled{2}$
①에 의하여 $a - 2 = \sqrt{6} (\because a > 2), a = 2 + \sqrt{6}$
②에 의하여 $b + 2 = \sqrt{6} (\because b > 2), b = \sqrt{6} - 2$
 $\therefore a + b = 2\sqrt{6}, a - b = 4, ab = 2$
 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$
 $\quad = (2\sqrt{6})^2 - 2 \times 2$
 $\quad = 24 - 4 = 20$
 $a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$
 $\therefore a^4 - b^4 = 2\sqrt{6} \times 4 \times 20 = 160\sqrt{6}$