

1. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

- ① $x = \sqrt{2}$ ② $x = 2^2$ ③ $x^2 = 2$
④ $2 = \sqrt{x}$ ⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)
 $x^2 = a$

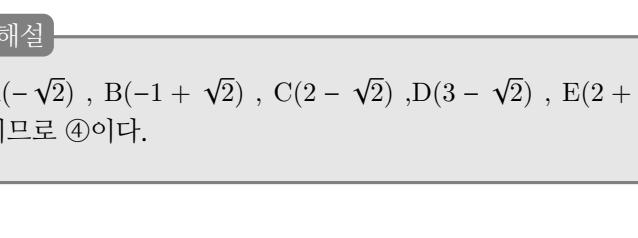
2. $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $6 - 4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$ ③ 6
④ 0 ⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}3 &> 2\sqrt{2} \text{ 이므로} \\|3 - 2\sqrt{2}| &- |2\sqrt{2} - 3| \\&= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E의 좌표를 옳게 구한 것은?



- ① A($-1 - \sqrt{2}$) ② B($\sqrt{2}$) ③ C($1 - \sqrt{2}$)
④ D($3 - \sqrt{2}$) ⑤ E($2 - \sqrt{2}$)

해설

A($-\sqrt{2}$), B($-1 + \sqrt{2}$), C($2 - \sqrt{2}$), D($3 - \sqrt{2}$), E($2 + \sqrt{2}$)
이므로 ④이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$
- ② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$
- ③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$
- ④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$
- ⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면
$$(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = X^2 + 2X - 8$$
$$= (X+4)(X-2)$$
$$= (x-3+4)(x-3-2)$$
$$= (x+1)(x-5)$$

5. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$$(-5) + 1 + 2 = -2 \text{ 이다.}$$

6. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

Ⓐ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

Ⓑ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

Ⓒ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

Ⓓ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① Ⓐ, Ⓑ

② Ⓑ, Ⓒ, Ⓓ

③ Ⓒ, Ⓓ

④ Ⓐ, Ⓒ, Ⓓ, Ⓕ

⑤ Ⓕ

해설

Ⓐ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$$
 (중근)

Ⓑ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$$
 이므로 두 근의 곱은 0

Ⓒ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

Ⓓ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

\therefore 옳은 것은 Ⓑ, Ⓒ, Ⓓ

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $-36a^2$ ② $-6a$ ③ $6a$
④ $6a^2$ ⑤ $36a^2$

해설

$$-6a > 0 \text{ } \circ\text{므로 } \sqrt{(-6a)^2} = -6a$$

8. $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{7500} = b\sqrt{3}$ 일 때, \sqrt{ab} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{ab} = 10\sqrt{10}$

해설

$$\sqrt{800} = \sqrt{10^2 \times 2^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7500} = \sqrt{10^2 \times 5^2 \times 3} = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 20, b = 50$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 50} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

9. 다음 식을 간단히 하였을 때, 계산 결과가 다른 하나는?

- ① $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$
③ $\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$
⑤ $3\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

해설

- ①, ②, ③, ④ $-\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$
⑤ $5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

10. $\sqrt{2} \left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}} \right) + \frac{a}{\sqrt{3}} (\sqrt{12} - 3)$ 이 유리수가 될 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a \\ &= \sqrt{3} \left(\frac{2}{3} - a \right) - \frac{10}{3} + 2a \end{aligned}$$

유리수가 되기 위해서는 $\frac{2}{3} - a = 0$ 이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

11. $(2x - 3\sqrt{3})(x + a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 $-\sqrt{3}$ 이면 상수항은 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$\begin{aligned}(준식) &= 2x^2 + 2ax - 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}a \\&= 2x^2 + (2a - 3\sqrt{3})x - 3\sqrt{3}a\end{aligned}$$

$$2a - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3} \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3} \times a = -3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -9$$

12. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것을 골라라.

Ⓐ $x^2 + 6x + 9$

Ⓑ $x^2 - 9$

Ⓒ $x^2 - x - 12$

Ⓓ $2x^2 + 7x + 3$

Ⓔ $x^2 - x - 2$

▶ 답:

▷ 정답: Ⓛ

해설

Ⓐ $(x + 3)^2$

Ⓑ $(x + 3)(x - 3)$

Ⓒ $(x + 3)(x - 4)$

Ⓓ $(2x + 1)(x + 3)$

Ⓔ $(x - 2)(x + 1)$

따라서 나머지는 모두 $(x+3)$ 의 인수를 갖지만 Ⓛ은 갖지 않는다.

13. $2x^2 - \frac{9}{2}y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(2x + 3y)(4x - 6y)$ ② $(4x + 6y)(2x - 3y)$
③ $2(2x + 3y)(2x - 3y)$ ④ $\frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)$
⑤ $\frac{1}{2}(2x + 3y)^2$

해설

$$\begin{aligned}2x^2 - \frac{9}{2}y^2 &= \frac{1}{2}(4x^2 - 9y^2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)\end{aligned}$$

14. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= 4 \\(x+1)(x-2) &= 4 \\x^2 - x - 2 - 4 &= 0 \\x^2 - x - 6 &= 0 \\(x-3)(x+2) &= 0 \\\therefore x = 3 \text{ 또는 } x &= -2\end{aligned}$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 을 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0 \text{이다.}$$

$$\therefore b = -44$$

$$\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$$

16. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

17. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n=5$ 이면 근이 2개이다.
- ② $n=9$ 이면 근이 2개이다.
- ③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1개 갖는다.
- ④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} n=9 \text{이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

18. 다음 이차방정식의 근이 $-1, 2$ 일 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } 1 = \frac{1}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a + b^2 = 5$$

19. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi \text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{cm} (\because r > 0)$$

20. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282 ② 285 ③ 288 ④ 291 ⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$
$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$

$$= 288 + 3 = 291$$

21. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots \textcircled{\text{①}}$

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$

$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots \textcircled{\text{②}}$

①, ②에서 가장 작은 자연수 x 는 10 이다.

22. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + 35} &= y \\x^2 = 1 \text{ 일 때 } y &= 6 \\x^2 = 289 \text{ 일 때 } y &= 18\end{aligned}$$

23. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가

같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

① 1 배

② 2 배

③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배

④ $3\sqrt{3}$ 배

⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\text{정사각형의 한 변의 길이는 } \frac{3}{4}a \text{ 이므로 정사각형의 넓이는 } \frac{9}{16}a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} (\text{배})$$

24. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로의 길이를 1이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} & \textcircled{2} \frac{(2 + \sqrt{2})}{2} & \textcircled{3} \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2} \\ \textcircled{4} \frac{3(1 - \sqrt{2})}{2} & \textcircled{5} 2 & \end{array}$$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square DAEF$ 는 서로 닮음인 도형이므로

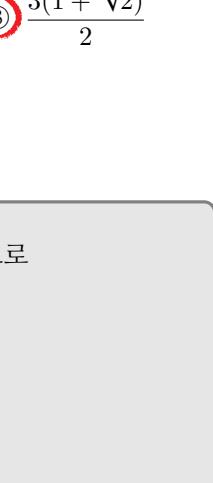
$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1: x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

$\therefore (A3, A5$ 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$



25. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}x^{16} - 1 &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\&= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\&= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\&= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

26. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\&= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\&= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562\end{aligned}$$

27. $xy = 4$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 8 + 2 \times 4 = 16$$

$$x+y > 0 \text{ 이므로 } x+y = 4$$

$$(x^2 + y^2)(x+y) = x^3 + y^3 + xy(x+y)$$

$$8 \times 4 = x^3 + y^3 + 4 \times 4$$

$$x^3 + y^3 = 32 - 16 = 16$$

28. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

Ⓐ $\frac{13}{2}$ Ⓑ $\frac{15}{2}$ Ⓒ $\frac{17}{2}$ Ⓓ $\frac{19}{2}$ Ⓔ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

29. 이차방정식 $\{1 + (a+b)^2\}x^2 - 2(1-a-b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1 + (a+b)^2\} \geq 0$
 $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$
 $\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$
 a, b 는 실수이므로 $a+b+1 = 0$
 $\therefore a+b+2 = 1$

30. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

[보기]

Ⓐ $m^2 + n^2 = 22$

Ⓑ $(m - n)^2 = m^2n^2$

Ⓒ $|n - m| \geq -3mn$

Ⓓ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: Ⓐ

▷ 정답: Ⓑ

[해설]

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -4, mn = -3$ 이다.

Ⓐ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$

Ⓑ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$

$= (-4)^2 - 4(-3)$

$= 16 + 12$

$= 28 \neq m^2n^2$

Ⓒ : Ⓑ에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$

Ⓓ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$

따라서 옳은 것은 Ⓐ, Ⓑ이다.

31. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- Ⓐ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- Ⓑ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- Ⓒ $\frac{b}{a}$ 는 항상 무리수이다.
- Ⓓ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- Ⓔ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답: 2개

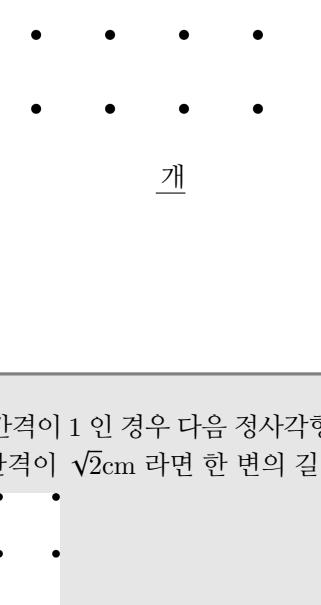
해설

Ⓐ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.

Ⓑ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.

따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

32. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이를 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

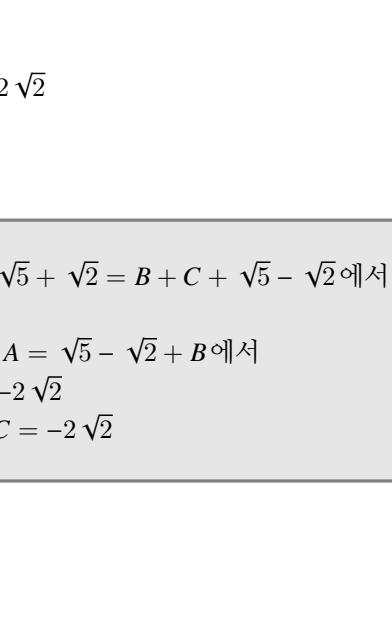
주어진 점들의 간격이 1인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8개이다.



33. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때,
 $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-2\sqrt{2}$

해설

$$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서}$$

$$\therefore C = 0$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서}$$

$$\therefore A - B = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$$

34. $\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} + \frac{(2\sqrt{3}-9) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{6 - 9\sqrt{3}}{3} \\ &= 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서, $1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로 구하는 정수부분은 3이다.

35. $x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \mid$ 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은?
(단, a 는 정수)

① -14 ② -7 ③ -1 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \\ &= (x+y+\alpha)(x-y+\beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha+\beta)x + (-\alpha+\beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha+\beta=9 \\ +)-\alpha+\beta=5 \\ \hline 2\beta=14 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \beta = 7, \alpha = 2 \\ & \therefore a = -\alpha\beta = -2 \times 7 = -14 \end{aligned}$$

36. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 16$

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p \\ &= (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5) + p \\ & x^2 + 4x = A \text{ 로 치환하면} \\ & (A+3)(A-5) + p = A^2 - 2A - 15 + p = (A-1)^2 \\ & -15 + p = 1 \\ & \therefore p = 16 \end{aligned}$$

37. 0 보다 큰 실수 a , b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $816\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a > 0, b > 0 &\text{이므로} \\ (a-1)^2 = 2 &\text{에서 } a = \sqrt{2} + 1 \\ (b+1)^2 = 2 &\text{에서 } b = \sqrt{2} - 1 \\ \text{따라서 } a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1 &\text{이므로} \\ a^2 + b^2 = 8 - 2 &= 6 \\ a^4 + b^4 = 36 - 2 &= 34 \\ \therefore a^8 - b^8 &= (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \\ &= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2} \end{aligned}$$

38. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a+1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{3}{2}$

해설

$$ax - 3y = -3 \text{ 이 점 } (a+1, a^2) \text{ 을 지나므로}$$

$$a(a+1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a+1)(2a-3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1 \text{ 이므로}$$

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

39. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2+y^2) = 12$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면, $4-4(x+y)+(x+y)^2-(x^2+y^2) = 12$,

$$-4(x+y) + 2xy = 8, \quad xy - 2(x+y) = 4, \quad xy - 2(x+y) + 4 = 8,$$

$$(x-2)(y-2) = 8$$

그런데 x, y 는 정수이므로,

$x-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$y-2$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1
x^2+y^2	109	52	52	109	37	4	4	37

따라서 x^2+y^2 의 최댓값은 109 이다.

40. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4$$

$$2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$