

1. 다음 중 x 가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

① $x = \sqrt{2}$

② $x = 2^2$

③ $x^2 = 2$

④ $2 = \sqrt{x}$

⑤ $x = \sqrt{2^2}$

해설

x 가 a 의 제곱근일 때 (단, $a \geq 0$)

$$x^2 = a$$

2. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

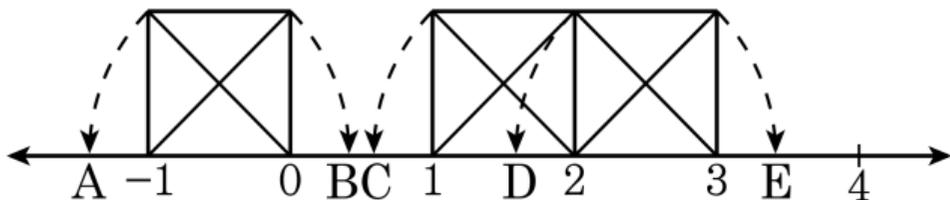
해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$|3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3|$$

$$= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0$$

3. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. A, B, C, D, E 의 좌표를 옳게 구한 것은?



- ① $A(-1 - \sqrt{2})$ ② $B(\sqrt{2})$ ③ $C(1 - \sqrt{2})$
 ④ $D(3 - \sqrt{2})$ ⑤ $E(2 - \sqrt{2})$

해설

$A(-\sqrt{2})$, $B(-1 + \sqrt{2})$, $C(2 - \sqrt{2})$, $D(3 - \sqrt{2})$, $E(2 + \sqrt{2})$
 이므로 ④이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a(b+1) + (b+1) = (a+1)(b+1)$

② $(x+y)^2 - 2(x+y) + 1 = (x+y-1)^2$

③ $x^2 + 4x + 4 - y^2 = (x+y+2)(x-y+2)$

④ $(x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = -8x(x-2y)$

⑤ $(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 = (x+1)(x-6)$

해설

⑤ $x-3 = X$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x-3)^2 + 2(x-3) - 8 &= X^2 + 2X - 8 \\ &= (X+4)(X-2) \\ &= (x-3+4)(x-3-2) \\ &= (x+1)(x-5)\end{aligned}$$

5. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \text{ 이므로}$$

$(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

6. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 중근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

① ㉢, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (중근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$

$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$

$k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.

\therefore 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$

② $-6a$

③ $6a$

④ $6a^2$

⑤ $36a^2$

해설

$-6a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-6a)^2} = -6a$

8. $\sqrt{800} = a\sqrt{2}$, $\sqrt{7500} = b\sqrt{3}$ 일 때, \sqrt{ab} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{ab} = 10\sqrt{10}$

해설

$$\sqrt{800} = \sqrt{10^2 \times 2^2 \times 2} = 20\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7500} = \sqrt{10^2 \times 5^2 \times 3} = 50\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 20, b = 50$$

$$\therefore \sqrt{ab} = \sqrt{20 \times 50} = \sqrt{1000} = 10\sqrt{10}$$

9. 다음 식을 간단히 하였을 때, 계산 결과가 다른 하나는?

① $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$

② $4\sqrt{3} + \sqrt{5} - 5\sqrt{3} + \sqrt{5}$

③ $\sqrt{3} + 3\sqrt{5} - \sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{5} - \sqrt{5} + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$

해설

①, ②, ③, ④ $-\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

⑤ $5\sqrt{3} + 2\sqrt{5}$

10. $\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}} - \frac{10}{\sqrt{18}}\right) + \frac{a}{\sqrt{3}}(\sqrt{12} - 3)$ 이 유리수가 될 때, 유리수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{6}} - \sqrt{2} \times \frac{10}{3\sqrt{2}} + 2a - \frac{3}{\sqrt{3}}a \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{10}{3} + 2a - \sqrt{3}a \\ &= \sqrt{3}\left(\frac{2}{3} - a\right) - \frac{10}{3} + 2a \end{aligned}$$

유리수가 되기 위해서는 $\frac{2}{3} - a = 0$ 이므로

$$\therefore a = \frac{2}{3}$$

11. $(2x - 3\sqrt{3})(x + a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 $-\sqrt{3}$ 이면 상수항은 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 2ax - 3\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}a \\ &= 2x^2 + (2a - 3\sqrt{3})x - 3\sqrt{3}a\end{aligned}$$

$$2a - 3\sqrt{3} = -\sqrt{3} \quad \therefore a = \sqrt{3}$$

$$-3\sqrt{3} \times a = -3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = -9$$

12. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인 인수를 갖지 않는 것을 골라라.

㉠ $x^2 + 6x + 9$

㉡ $x^2 - 9$

㉢ $x^2 - x - 12$

㉣ $2x^2 + 7x + 3$

㉤ $x^2 - x - 2$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

㉠ $(x+3)^2$

㉡ $(x+3)(x-3)$

㉢ $(x+3)(x-4)$

㉣ $(2x+1)(x+3)$

㉤ $(x-2)(x+1)$

따라서 나머지는 모두 $(x+3)$ 의 인수를 갖지만 ㉤은 갖지 않는다.

13. $2x^2 - \frac{9}{2}y^2$ 을 인수분해하면?

① $(2x + 3y)(4x - 6y)$

② $(4x + 6y)(2x - 3y)$

③ $2(2x + 3y)(2x - 3y)$

④ $\frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 3y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - \frac{9}{2}y^2 &= \frac{1}{2}(4x^2 - 9y^2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y) \end{aligned}$$

14. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = 4$$

$$(x+1)(x-2) = 4$$

$$x^2 - x - 2 - 4 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44

② -44

③ 45

④ -45

⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = -44$$

$$\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$$

16. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

17. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.
- ③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
- ④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n = 9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -4$$

18. 다음 이차방정식의 근이 $-1, 2$ 일 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + b = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } 1 = \frac{1}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -1 \times 2 = -2 = \frac{b}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a + b^2 = 5$$

19. 반지름의 길이의 비가 $1 : 3$ 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

20. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282

② 285

③ 288

④ 291

⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c = 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2}$$

$$= 288 + 3 = 291$$

21. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 10$

해설

$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면

$$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots \textcircled{㉠}$$

$\sqrt{15+x}$ 가 자연수가 되려면

$$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$$

$$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x 는 10이다.

22. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

23. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가?

- ① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배
④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

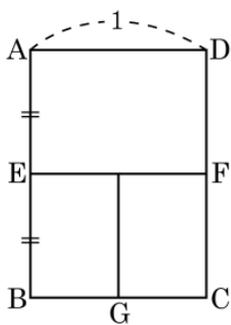
$$\text{정삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\text{정사각형의 한 변의 길이는 } \frac{3}{4}a \text{ 이므로 정사각형의 넓이는 } \frac{9}{16}a^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$$

$$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ (배)}$$

24. 복사 용지로 많이 사용되고 있는 A4 용지는 A3 용지를 반으로 잘라서 만든 것이고, A5 용지는 A4 용지를 반으로 잘라서 만든 것이다. 따라서, A3 용지와 A4 용지, A5 용지는 서로 닮음이다. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 A3 용지라 하고, A3 용지의 가로, 세로의 길이를 1 이라고 할 때, A3 용지의 가로, 세로의 길이와 A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합은?



- ① $\frac{(1 + \sqrt{2})}{2}$ ② $\frac{(2 + \sqrt{2})}{2}$ ③ $\frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$
 ④ $\frac{3(1 - \sqrt{2})}{2}$ ⑤ 2

해설

$\square ABCD$ 와 $\square DAEF$ 는 서로 닮음인 도형이므로

$$\overline{AB} = x, \overline{DF} = \frac{1}{2}x \text{ 라 하면}$$

$$1 : x = \frac{1}{2}x : 1, \frac{1}{2}x^2 = 1, x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2} (\because x > 0)$$

\therefore (A3, A5 용지의 가로, 세로의 길이의 합)

$$= (1 + \sqrt{2}) + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3(1 + \sqrt{2})}{2}$$

25. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$x^{16} - 1$$

$$= (x^8 + 1)(x^8 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1)$$

$$= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1)$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8 이다.

26. 다음 자연수 중 $3^{16} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수가 아닌 것은?

① 2

② 4

③ 5

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}3^{16} - 1 &= (3^8 - 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^4 - 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3^2 - 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= (3 - 1)(3 + 1)(3^2 + 1)(3^4 + 1)(3^8 + 1) \\ &= 2 \times 4 \times 10 \times 82 \times 6562\end{aligned}$$

27. $xy = 4$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하여라. (단, $x + y > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 8 + 2 \times 4 = 16$$

$x + y > 0$ 이므로 $x + y = 4$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$8 \times 4 = x^3 + y^3 + 4 \times 4$$

$$x^3 + y^3 = 32 - 16 = 16$$

28. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

29. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

30. 이차방정식 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 22$

㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$

㉢ $|n - m| \geq -3mn$

㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{3}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$m + n = -4, mn = -3 \text{ 이다.}$$

$$\text{㉠ : } m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2(-3) = 22$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ : } (m - n)^2 &= (m + n)^2 - 4mn \\ &= (-4)^2 - 4(-3) \\ &= 16 + 12 \\ &= 28 \neq m^2 n^2 \end{aligned}$$

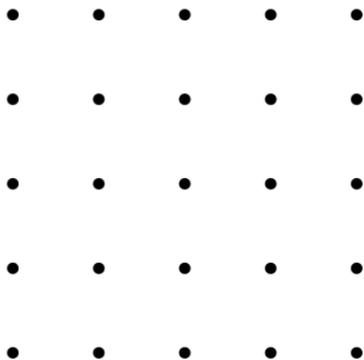
㉢ : ㉡에 의해

$$|n - m| + 3mn = |\pm 2\sqrt{7}| - 9 < 0$$

$$\text{㉣ : } \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = -\frac{22}{3}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

32. 다음 그림과 같이 가로, 세로 각각 $\sqrt{2}\text{cm}$ 간격으로 25 개의 점이 정사각형 모양으로 나열되어 있다. 이들 점 중에서 4 개의 점을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 그릴 때, 넓이가 10cm^2 인 정사각형의 개수를 구하여라.

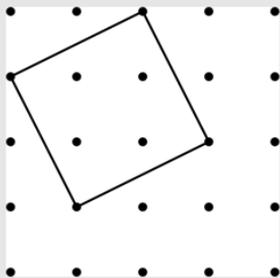


▶ 답 : 개

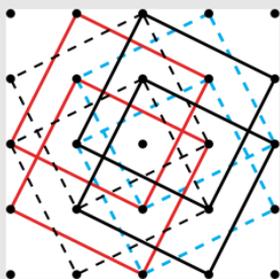
▷ 정답 : 8 개

해설

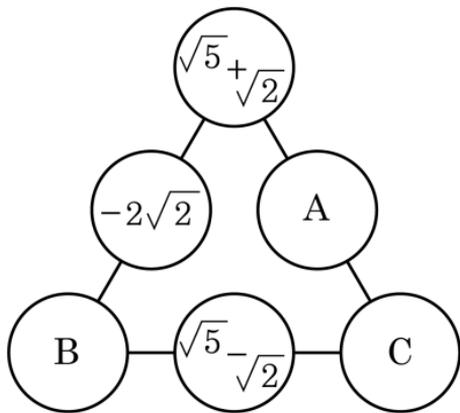
주어진 점들의 간격이 1 인 경우 다음 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}\text{cm}$ 이므로 간격이 $\sqrt{2}\text{cm}$ 라면 한 변의 길이는 $\sqrt{10}\text{cm}$ 이다.



즉, 4 개의 점을 연결하여 넓이가 10cm^2 가 되는 도형을 찾아보면 아래와 같이 총 8 개이다.



33. 다음 그림에서 삼각형의 각 변에 있는 수의 합은 모두 같다고 할 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-2\sqrt{2}$

해설

$$B - 2\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{2} = B + C + \sqrt{5} - \sqrt{2} \text{에서}$$

$$\therefore C = 0$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + A = \sqrt{5} - \sqrt{2} + B \text{에서}$$

$$\therefore A - B = -2\sqrt{2}$$

$$\therefore A - B + C = -2\sqrt{2}$$

34. $\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{48} + \frac{2\sqrt{3}-9}{\sqrt{3}} &= 4\sqrt{3} + \frac{(2\sqrt{3}-9) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{6-9\sqrt{3}}{3} \\ &= 4\sqrt{3} + 2 - 3\sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서, $1 < \sqrt{3} < 2$ 이고 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로 구하는 정수부분은 3이다.

35. $x^2 - y^2 + 9x + 5y - a$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은?
(단, a 는 정수)

① -14

② -7

③ -1

④ 7

⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \\&= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\&= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = 9 \\ +) -\alpha + \beta = 5 \\ \hline 2\beta = 14 \end{array}$$

$$\beta = 7, \alpha = 2$$

$$\therefore a = -\alpha\beta = -2 \times 7 = -14$$

36. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p = 16$

해설

$$\begin{aligned}(x+1)(x+3)(x+5)(x-1) + p \\ = (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 5) + p\end{aligned}$$

$x^2 + 4x = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(A+3)(A-5) + p &= A^2 - 2A - 15 + p = (A-1)^2 \\ -15 + p &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore p = 16$$

37. 0 보다 큰 실수 a, b 에 대하여 $(a-1)^2 = (b+1)^2 = 2$ 일 때, $a^8 - b^8$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $816\sqrt{2}$

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로

$$(a-1)^2 = 2 \text{ 에서 } a = \sqrt{2} + 1$$

$$(b+1)^2 = 2 \text{ 에서 } b = \sqrt{2} - 1$$

따라서 $a+b = 2\sqrt{2}, a-b = 2, ab = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 8 - 2 = 6$$

$$a^4 + b^4 = 36 - 2 = 34$$

$$\begin{aligned} \therefore a^8 - b^8 &= (a^4 + b^4)(a^2 + b^2)(a+b)(a-b) \\ &= 34 \times 6 \times 2\sqrt{2} \times 2 = 816\sqrt{2} \end{aligned}$$

38. 직선 $ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나고 제 4 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{3}{2}$

해설

$ax - 3y = -3$ 이 점 $(a + 1, a^2)$ 을 지나므로

$$a(a + 1) - 3a^2 = -3$$

$$a^2 + a - 3a^2 + 3 = 0$$

$$-2a^2 + a + 3 = 0, 2a^2 - a - 3 = 0$$

$$(a + 1)(2a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$ax - 3y = -3, y = \frac{a}{3}x + 1$ 이므로

$a > 0$ 일 때, 제 4 사분면을 지나지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

39. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 12$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면, $4-4(x+y)+(x+y)^2-(x^2+y^2) = 12$,

$$-4(x+y) + 2xy = 8, \quad xy - 2(x+y) = 4, \quad xy - 2(x+y) + 4 = 8,$$

$$(x-2)(y-2) = 8$$

그런데 x, y 는 정수이므로,

$x-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$y-2$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1
x^2+y^2	109	52	52	109	37	4	4	37

따라서 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은 109 이다.

40. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4$$

$$2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$