1. 다항식 $f(x)=3x^3-7x^2+5x+2$를 $3x-1$로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 3
② 몫 : x^2-2x+1 , 나머지 : 2
③ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 3
④ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 2
⑤ 몫 : x^2+2x+1 , 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.
$f(x)=(3x-1)\left(x^2-2x+1\right)+3$
$\therefore$ 몫 : x^2-2x+1, 나머지 : 3

2. 등식 $x^2+2x+3=a(x-1)^2+bx+c$가 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c$의 값을 정할 때, $a+b+c$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned} x^2+2x+3 &= a(x-1)^2+bx+c \\ &= ax^2+(b-2a)x+a+c \end{aligned}$$

$a=1,\ b-2a=2,\ a+c=3$

$a=1,\ b=4,\ c=2$

$a+b+c=7$

3. 다음은 인수분해를 이용하여 이차방정식을 푼 것이다. ㉮에 알맞은 것은?

$11x^2 - 13x + 2 = 0$
$(11x - 2)($ ㉮ $) = 0$
$x = \dfrac{2}{11}$ 또는 $x = 1$

① $x - 2$ ② $x - 1$ ③ $x + 1$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

x에 대한 이차방정식
$11x^2 - 13x + 2 = 0$
$(11x - 2)(x - 1) = 0$
$\therefore\ x = \dfrac{2}{11}$ 또는 $x = 1$
따라서 ㉮는 $x - 1$

4. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2+2x+1=0$　　㉡ $x^2+2x+4=0$

㉢ $x^2+4x+2=0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $(x+1)^2=0$: 중근

㉡ $a=1, b'=1, c=4$

$1^2-1\cdot 4=-3<0$: 허근

㉢ $a=1, b'=2, c=2$

$2^2-1\cdot 2=2>0$: 서로 다른 두 실근 (○)

5. 다항식 $(x-1)^3+27$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$
② $(x-1)(x^2-x-2)$
③ $(x-1)(x^2+3x+3)$
④ $(x+2)(x^2+x+7)$
⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$을 A로 치환하면
준 식 $=A^3+27=(A+3)(A^2-3A+9)$
다시 $x-1$을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

6. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$
$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

7. $z=\dfrac{2}{1+i}$ 에 대하여 z^2-2z+3 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1

해설

$z=\dfrac{2}{1+i}=1-i$

$z^2-2z+3=(1-i)^2-2(1-i)+3=1$

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1,\ 5)$ 를 대입하면 $a = 2$
따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면
$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2,\ b = 4,\ c = -1$
$\therefore\ \ abc = -8$

9. $-2 \le x \le 2$ 에서 함수 $y = -x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 6 일 때, 최솟값은?

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

해설

$y = -x^2 + 4x + k = -(x-2)^2 + k + 4$ 이므로
$x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 $k + 4$ 이다.
따라서 $k + 4 = 6$ 에서 $k = 2$
$-2 \le x \le 2$ 에서 $y = -(x-2)^2 + 6$ 은 $x = -2$ 일 때 최솟값을 가지며, 최솟값은 -10 이다.

10. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$　② $-8 < k < 0$　③ $-6 < k < 1$
④ $-6 < k < 2$　⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.
$\Rightarrow \quad -2x + 1 = -x^2 + kx + k$
$\Rightarrow \quad x^2 - (k+2)x + 1 - k = 0$
$D = (k+2)^2 - 4(1-k) < 0$
$k^2 + 8k < 0$
$\Rightarrow \quad -8 < k < 0$

11. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다. 이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$$
$$= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a$$
$$= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3$ 이다.

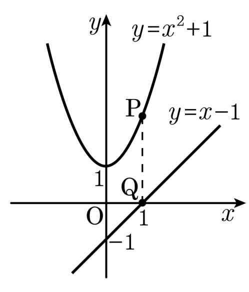
최솟값이 -3 이므로

$-6a^2 - 6a - 3 = -3$, $6a(a + 1) = 0$

$\therefore a = -1 \ or \ 0$

$\therefore a = -1 (\because a < 0)$

12. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하면?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{PQ}} &= t^2 + 1 - (t - 1)\\ &= t^2 - t + 2\\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$