

1. 다음 중 옳은 것은?

① $0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{100}$

③ $\frac{125}{99} = 1.\dot{2}\dot{5}$

⑤ $\frac{231}{999} = 0.\dot{2}3\dot{4}$

② $\frac{1}{60} = 0.0\dot{1}\dot{5}$

④ $1.2\dot{4} = \frac{124 - 12}{90}$

해설

① $0.\dot{2}\dot{1} = \frac{21}{99}$

② $0.0\dot{1}\dot{5} = \frac{15}{990} = \frac{1}{66}$

③ $1.\dot{2}\dot{5} = \frac{124}{99}$

④ $1.2\dot{4} = \frac{124 - 12}{90}$

⑤ $0.23\dot{4} = \frac{234}{999}$

2. $a^{-1} = \frac{1}{a}$ 임을 이용하여 $A = 3^5$ 일 때, 3^{-40} 을 A 를 사용하여 나타내면?

- ① A^8 ② $\frac{1}{A^4}$ ③ A^{-35} ④ A^{45} ⑤ $\frac{1}{A^8}$

해설

$$3^{-40} = \frac{1}{3^{40}} = \frac{1}{(3^5)^8} = \frac{1}{A^8}$$

3. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 식을 고르면?

① $32x^4$

② $-2x^2$

③ $2x^2y^3$

④ $-2x^2y^4$

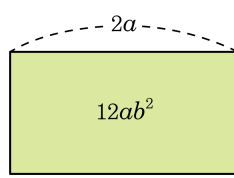
⑤ $2xy^3$

해설

$$\begin{aligned}\square &= 8x \div (-2x^4y)^2 \times (-x^3y^2)^3 \\ &= 8x \div (4x^8y^2) \times (-x^9y^6) \\ &= -2x^2y^4\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 가로 길이 $2a$, 넓이가 $12ab^2$ 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 세로의 길이는?

- ① $6a$ ② $6a^2$ ③ $6b$
④ $6b^2$ ⑤ $6ab^2$



해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로) 이므로
세로의 길이를 x 라고 하면

$$12ab^2 = 2a \times x$$

$$x = \frac{12ab^2}{2a} = 6b^2$$

5. 다음 전개식 중에서 옳지 않은 것은?

① $(-x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

② $(2x+y)(y-2x) = -4x^2 + y^2$

③ $(x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15$

④ $(2x+3y)(-5x+4y) = -10x^2 + 7xy + 12y^2$

⑤ $(3x-2)(x-y) = 3x^2 - 3xy - 2x + 2y$

해설

④ $(2x+3y)(-5x+4y)$
 $= -10x^2 + 8xy - 15xy + 12y^2$
 $= -10x^2 - 7xy + 12y^2$

6. $(-8x + 4y) \div (-2) = ax + by$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (-8x + 4y) \div (-2) \\ &= \frac{-8x + 4y}{-2} \\ &= 4x - 2y = ax + by \\ \therefore a &= 4, b = -2 \\ \therefore a + b &= 2 \end{aligned}$$

7. $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ 일 때, $\frac{-2x+3y}{3x-y}$ 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 0

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{2}{3}, x = \frac{2}{3}y$$

$$\therefore \frac{-2x+3y}{3x-y} = \frac{-2 \times \frac{2}{3}y + 3y}{2y-y} = \frac{\frac{5}{3}y}{y} = \frac{5}{3}$$

8. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $0.37 = 0.\dot{3}7$ ② $0.\dot{6}9 = 0.7$ ③ $0.3\dot{5} = 0.\dot{3}5$
④ $0.\dot{3} < \frac{3}{10}$ ⑤ $0.39 < 0.4$

해설

$$0.\dot{6}9 = \frac{69 - 6}{90} = \frac{63}{90} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$\textcircled{1} \quad 0.37 < 0.373737\cdots = 0.\dot{3}7$$

$$\textcircled{3} \quad 0.3\dot{5} = 0.3555\cdots > 0.353535\cdots = 0.3\dot{5}$$

$$\textcircled{4} \quad 0.\dot{3} = \frac{3}{9} > \frac{3}{10}$$

$$\textcircled{5} \quad 0.39 = \frac{39 - 3}{90} = \frac{36}{90} = \frac{4}{10} = 0.4$$

9. $0.4x - 0.01x = 0.03$ 을 계산하여 $x = \frac{1}{b}$ 로 나타낼 때, b 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$0.4x - 0.01x = 0.03$$

$$\frac{4}{9}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{40}{90}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$\frac{39}{90}x = \frac{3}{90}$$

$$x = \frac{3}{90} \times \frac{90}{39} = \frac{1}{13}$$

$$\therefore b = 13$$

10. $2 \times 2^3 \times 2^x = 128$ 일 때, x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2 \times 2^3 \times 2^x = 2^1 \times 2^3 \times 2^x = 2^{4+x}$, $128 = 2^7$ 이므로
 $4 + x = 7$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

11. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

12. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+1} &= (3^3)^{x-2} \\ 2x+1 &= 3(x-2) \\ \therefore x &= 7 \end{aligned}$$

13. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

14. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

15. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$ 을 간단히 하면?

① $-16x^8y^3$

② $-\frac{16x^6}{y}$

③ $-\frac{16}{y^3}$

④ $-\frac{1}{16y^3}$

⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) = -\frac{16}{y^3}$$

16. $(4x - 5y + 3)(x + 3y)$ 를 전개했을 때, xy 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(4x - 5y + 3)(x + 3y) = 4x^2 + 12xy - 5xy - 15y^2 + 3x + 9y = 4x^2 + 7xy - 15y^2 + 3x + 9y$$

17. $\left(\frac{3}{2}x - \frac{y}{4}\right)^2$ 을 전개하면 $ax^2 + bxy + \frac{y^2}{16}$ 이다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $2(a+b)$ 의 값은?

① -2

② 3

③ 5

④ 9

⑤ 13

해설

$$\left(\frac{3}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{3}{2}x \times \frac{y}{4} + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{9}{4}x^2 - \frac{3}{4}y + \frac{y^2}{16} \text{ 이므로}$$

$$2(a+b) = 2\left(\frac{9}{4} - \frac{3}{4}\right) = 3$$

18. $(2x - 3y + 1)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 하면 $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$2x - 3y = t$ 라 하면

$$(2x - 3y + 1)^2 = (t + 1)^2$$

$t^2 + 2t + 1$ 에 $t = 2x - 3y$ 를 대입하면

$$(2x - 3y)^2 + 2(2x - 3y) + 1 = 4x^2 - 12xy + 9y^2 + 4x - 6y + 1$$

따라서 xy 의 계수는 -12 이고 y 의 계수는 -6 이므로

$$A - B = -12 - (-6) = -6 \text{이다.}$$

19. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

20. 유리수 $\frac{a}{70}$ 를 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 자연수 a 의 갯수를 A 라 하고, $\frac{18}{3 \times 5 \times b}$ 을 무한소수가 되도록 하는 자연수 b 의 개수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값을 구하여라. (단, $1 \leq a \leq 100$, $1 \leq b \leq 10$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = 11$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이기 위해서는

a 는 70을 제외한 7의 배수이므로 $A = 13$

$\frac{18}{3 \times 5 \times b} = \frac{2 \times 3}{5 \times b}$ 가 무한소수이므로 $b = 7, 9$ 이다. $B = 2$

$\therefore A - B = 11$

21. $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{9} &< \frac{a}{9} < \frac{53}{90} \\ 2 &< a < \frac{53}{10} \\ 2 &< a < 5.3 \end{aligned}$$

22. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2 \times x + 1} b^{4 \times y + 6} = a^9 b^{14}$$

$$2x + 1 = 9, 4y + 6 = 14$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$xy = 4 \times 2 = 8$$

23. $\frac{3x^2 - 4x + 1}{2}$ 에 어떤 식을 빼야 할 것을 잘못하여 더했더니 $\frac{2x^2 - 7x + 3}{4}$ 이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면?

- ① $\frac{x^2 - 11x + 4}{2}$ ② $\frac{5x^2 - 3x + 2}{4}$
 ③ $\frac{10x^2 - 9x + 1}{4}$ ④ $\frac{10x^2 - 21x + 9}{4}$
 ⑤ $\frac{21x^2 - 9x + 11}{4}$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} + A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} \\ &= \frac{2x^2 - 7x + 3}{4} - \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} \\ &= \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{3x^2 - 4x + 1}{2} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{6x^2 - 8x + 2}{4} - \frac{-4x^2 + x + 1}{4} \\ &= \frac{10x^2 - 9x + 1}{4} \end{aligned}$$

24. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

25. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

- ① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$
- ② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$
- ③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$
- ④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$
- ⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면
 $A = 6b^3 - 3ab^2$, $B = 8ab^2 - 4$
 $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 에서
 $A - B - 3C = ab^2 + 1$ 이고,
 $3C = A - B - ab^2 - 1$
 $3C = 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1$
 $= 6b^3 - 12ab^2 + 3$
양변을 3 으로 나누면
 $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

26. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\&= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\&= \frac{a+b}{a+b} \\&= 1\end{aligned}$$

27. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$ 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$ 의 순환마디의 숫자의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$
 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$
따라서,
 $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 0$ 이 되어
 $n = 21$ 이후로는 $1^2, 1^2 + 2^2, \cdots$ 의 일의 자리의 숫자가 다시 반복된다.
즉, $a_{21} = a_1, a_{22} = a_2, a_{23} = a_3, \cdots$ 이므로 소수 $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$ 는 순환소수이고
순환마디는 $a_1a_2a_3\cdots a_{20}$ 의 20 개의 숫자이다.

28. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b, c, d 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b} = 0.cd\dot{}$ 일

때, a, b, c, d 의 값을 각각 구하여라.(단, $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 6$

▷ 정답 : $c = 8$

▷ 정답 : $d = 3$

해설

$0.cd\dot{}$ 를 분수로 고치면 분모가 90 이므로 b 는 90 의 약수 중 한 자리인 2, 3, 5, 6, 9 이다.

그런데 $\frac{a}{b}$ 는 유한소수가 아니므로 2, 5 는 만족하지 않는다.

또한 분모가 3, 9 이면 $0.\dot{x}$ 의 꼴이어야 하므로 만족하지 않는다.

$\therefore b = 6$

$\frac{a}{b} = 0.cd\dot{} < 1$ 이므로 $a < b$

$b = 6$ 일 때, $a = 1, 2, 3, 4, 5$ 이고, a 와 b 는 서로소이어야 하므로 $a = 1, 5$ 이다.

$a = 1$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{1}{6} = 0.1\dot{6} = 0.cd\dot{}$ 에서 $a = c, b = d$ 이므로 성립하지 않는다.

$a = 5$ 일 때, $\frac{a}{b} = \frac{5}{6} = 0.8\dot{3} = 0.cd\dot{}$ 에서 a, b, c, d 는 모두 다른 수이므로 성립한다.

따라서 $a = 5, b = 6, c = 8, d = 3$ 이다.

29. $0.\dot{3}0 = a \times 0.\dot{0}1$, $0.\dot{3}0\dot{0} = b \times 0.\dot{0}0\dot{1}$ 일 때, $|a - b|$ 의 값은?

- ① 150 ② 220 ③ 270 ④ 320 ⑤ 350

해설

$$0.\dot{3}0 = \frac{30}{99} = 30 \times \frac{1}{99} = 30 \times 0.\dot{0}1$$

$$\therefore a = 30$$

$$0.\dot{3}0\dot{0} = \frac{300}{999} = 300 \times \frac{1}{999} = 300 \times 0.\dot{0}0\dot{1}$$

$$\therefore b = 300$$

$$\therefore |a - b| = |30 - 300| = 270$$

30. 자연수 m, n 에 대하여 $(-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8)$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned} & (-4)^9 \div (-2)^{n+1} = -(-2)^{m-7} \div (-8) \\ & \{(-1) \times 2^2\}^9 \div (-2)^{n+1} \\ & = (-1) \times (-2)^{m-7} \div (-1) \times 2^3 \\ & \frac{(-1) \times 2^{18}}{(-2)^{n+1}} = \frac{(-1) \times (-2)^{m-7}}{(-1) \times 2^3} \\ & \text{즉,} \\ & (-1) \times 2^{18} \times (-1) \times 2^3 = (-1) \times (-2)^{m-7} \times (-2)^{n+1} \\ & (-1) \times 2^{21} = (-2)^{m-7+n+1} \\ & (-2)^{21} = (-2)^{m-7+n+1} \\ & \text{따라서 } 21 = m - 7 + n + 1 \text{ 이므로 } m + n = 27 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

31. $A = 3x^2 - 4$, $B = 2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$, $C = x^2 - 7x + \frac{5}{2}$ 일 때, $B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$ 를 x 에 대한 식으로 나타내었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A) \\ &= B - \frac{1}{3}A - C + 2C + B + A \\ &= \frac{2}{3}A + 2B + C \\ &\text{이므로 } A, B, C \text{ 의 식을 대입하면} \\ &\frac{2}{3}A + 2B + C \\ &= \frac{2}{3}(3x^2 - 4) + 2\left(2x^2 + 3x - \frac{1}{2}\right) + x^2 - 7x + \frac{5}{2} \\ &= 2x^2 - \frac{8}{3} + 4x^2 + 6x - 1 + x^2 - 7x + \frac{5}{2} \\ &= 7x^2 - x - \frac{7}{6} \end{aligned}$$

따라서 상수항은 $-\frac{7}{6}$ 이다.

32. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$

33. $3^{20} = k$ 라 할 때, $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19}$ 을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{k-1}{2}$

해설

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = S \cdots \textcircled{A}$ 라 하고 양변에 3 을 곱하면

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{20} = 3S \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{B} - \textcircled{A}$ 을 하면 $-1 + 3^{20} = 2S$

$$\therefore S = \frac{3^{20} - 1}{2}$$

$$\therefore 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = \frac{k-1}{2}$$