

1. $(2x - 7y + 4)(3x + y)$ 를 전개했을 때, y 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(2x - 7y + 4)(3x + y) = 6x^2 + 2xy - 21xy - 7y^2 + 12x + 4y = 6x^2 - 19xy - 7y^2 + 12x + 4y$$

2. $a = \frac{1}{7}$, $b = -\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a + b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$$

3. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

4. $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 일 때, 유한소수로 나타낼 수 있는 분자의 자연수를 모두 합하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 30 인 수는 $\frac{11}{30}$ 부터 $\frac{17}{30}$ 까지이다.

$$\left(\frac{10}{30} < x < \frac{18}{30} \right)$$

유한소수는 분모의 소인수가 2나 5가 되어야 하므로, $\frac{\square}{2 \times 3 \times 5}$

에서 $\square$ 는 3의 배수가 되어야 한다. 따라서, 위 조건을 만족하는

수는 $\frac{12}{30}$, $\frac{15}{30}$ 가 되므로 두 수의 합은 27이 된다.

5. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80

② 85

③ 90

④ 95

⑤ 99

해설

$$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } a \text{ 는 어떤 수가 되도 유한}$$

소수로 나타낼 수 있다.

따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

6. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142 \dots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

7. $x = 3.4\dot{5}\dot{2}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

① 3413

② 3414

③ 3415

④ 3417

⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) 10x = 34.5252\cdots \\ \hline 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

8. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3, 4, 5, 6, 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

9. $2^{10} = 1000$ 이라고 할 때, 1.6^5 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} 1.6^5 &= \left(\frac{16}{10}\right)^5 = \frac{(2^4)^5}{10^5} = \frac{(2^{10})^2}{10^5} \\ &= \frac{(10^3)^2}{10^5} = 10 \end{aligned}$$

10. 두 순서쌍 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

① $-6x^2 + 2xy - y^2$

② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$

④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

11. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로} \\ &= (x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5) \\ &= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20 \\ &= -3x^2 - 16x + 22\end{aligned}$$

12. $-4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} = -a - 11b$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 알맞은 식은?

① $-3b - 2a$

② $-b - 4a$

③ $b - 2a$

④ $2a + 3b$

⑤ $3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} & -4a - \{3a + 5b - 2(a - 2b - \boxed{})\} \\ &= -4a - (3a + 5b - 2a + 4b + 2\boxed{}) \\ &= -4a - 3a - 5b + 2a - 4b - 2\boxed{} \\ &= -5a - 9b - 2\boxed{} = -a - 11b \\ \therefore \boxed{} &= b - 2a \end{aligned}$$

13. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

14. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

15. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx - 3$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 있는 것은?(단, A, B, C 는 정수이다.)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx - 3$ 이므로
 $A+B = C, AB = -3$ 이다. 따라서 $C = (1-3, -1+3, 3-1, -3+1) = (-2, 2)$ 이다.

16. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3

② 6

③ 9

④ 15

⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$ 라 하면

$$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$$

$$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$$

$$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$$

$$= (x - y)^2 + 5(x - y) + 6 - (x + 2y)^2 + 6(x + 2y) - 9$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$$

$$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$$

∴ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

17. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$

⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$x = a(a - 6) = a^2 - 6a$$

$$(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$$

$$= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\}$$

$$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$$

$$= (x + 8)(x - 7)$$

$$= x^2 + x - 56$$

18. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127} - 2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127} - 2^{63}) + 2^{63} = 2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)} = 2^{127} \quad \therefore (\quad) = 127$$

19. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

20. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a - 3ab + 5b}{a + b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1 \end{aligned}$$

21. $\frac{9 \times 6^n}{4}$ 의 약수의 개수가 77 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

주어진 식을 소인수분해하여 간단히 정리하면

$$\begin{aligned}\frac{9 \times 6^n}{4} &= \frac{3^2 \times (2 \times 3)^n}{2^2} \\ &= 2^{-2} \times 2^n \times 3^2 \times 3^n \\ &= 2^{n-2} \times 3^{n+2}\end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는

$$(n - 2 + 1)(n + 2 + 1) = (n - 1)(n + 3) = 77 \text{ 이므로}$$

$$n - 1 = 7, n + 3 = 11$$

$$\therefore n = 8$$

22. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 10미만인 홀수일 때, $a + b$ 의 값은?

① 28

② 29

③ 30

④ 31

⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a 가 10 미만의 홀수이므로 a 는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

23. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

24. $x = 0.\dot{a}$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.\dot{8}1$ 일 때 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\&= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11}\end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

25. 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = 1.2\dot{4}$ 일 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{11}$

해설

$$\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = \frac{100a + b}{\frac{100b + a}{999}} = \frac{100a + b}{100b + a} = 1.2\dot{4} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

$$\Rightarrow 45(100a + b) = 56(100b + a)$$

$$\Rightarrow 4a = 5b$$

a, b 는 한자리 정수이어야 하므로, $a = 5, b = 4$ 이다.

$$\therefore 0.\dot{5}\dot{4} - 0.\dot{4}\dot{5} = \frac{54}{99} - \frac{45}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

26. $0.3\dot{4} - 0.\dot{1} = \frac{7}{a}$, $3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{25}{b}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

① $1.\dot{2}$

② $1.\dot{3}$

③ $1.\dot{4}$

④ $1.\dot{5}$

⑤ $1.\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned} 0.3\dot{4} - 0.\dot{1} &= \frac{34 - 3}{90} - \frac{1}{9} = \frac{31}{90} - \frac{10}{90} \\ &= \frac{21}{90} = \frac{7}{30} \quad \therefore a = 30 \end{aligned}$$

$$3.0\dot{5} \times 0.4\dot{5} = \frac{275}{90} \times \frac{45}{99} = \frac{25}{18} \quad \therefore b = 18$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{30}{18} = \frac{15}{9} = 1.\dot{6}$$

27. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수와 무한소수의 합은 순환소수이다.
- ② 유한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ④ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

해설

- ① 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
 - ③ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
 - ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- 무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.

28. $4^{2a-1} \times 8^{a-2} = 16^{a+1}$ 을 만족하는 a 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(2^2)^{2a-1} \times (2^3)^{a-2} = (2^4)^{a+1}$$

$$4a - 2 + 3a - 6 = 4a + 4$$

$$\therefore a = 4$$

29. n 이 자연수일 때, $\{(-1)^{n+1}\}^{n+2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)}$ 에서

1) n 이 홀수일 때, $n+1$ 은 짝수, $n+2$ 는 홀수이므로 -1 의
지수는 (짝수) $\times$ (홀수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

2) n 이 짝수일 때, $n+1$ 은 홀수, $n+2$ 는 짝수이므로 -1 의
지수는 (홀수) $\times$ (짝수)=(짝수)

$$\therefore (-1)^{\text{짝수}} = 1$$

따라서, 자연수 n 의 값에 관계없이 $(n+1)(n+2)$ 는 짝수가
되므로

$\{(-1)^{n+1}\}^{n+2} = (-1)^{(n+1)(n+2)} = 1$ 이 항상 성립한다.

30. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x - 4 = 5 \quad \therefore x = 9$$

31. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

32. $\frac{27^n}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{27^n}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \text{ 에서 } 27^n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \times 9,$$

$$3^{3n} = (3^{-1})^{-4} \times 3^2 = 3^4 \times 3^2 = 3^6$$

$$\therefore 3n = 6, n = 2$$

33. $f(x) = 2^x$ 이라고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(4) \times f(6) \div f(-3) = f(\text{})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} f(4) \times f(6) \div f(-3) &= 2^4 \times 2^6 \div \frac{1}{2^3} \\ &= 2^4 \times 2^6 \times 2^3 \\ &= 2^{13} \\ &= f(13) \end{aligned}$$

34. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n, \quad 3^n = \frac{6^n}{2^n} = \frac{y}{x}$$

$$2^n + 2^{n+1} = 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n$$

$$\begin{aligned} \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} &= (3 \times 2^n) \times 3^{n-1} \\ &= 3^n \times 2^n \\ &= \frac{y}{x} \times x = y \end{aligned}$$

35. 자연수 a 에 대하여 $1^a + 2^a + 3^a$ 을 10 으로 나눈 나머지를 $f(a)$ 라 할 때, $f(10) + f(14)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

1^a 의 일의 자리의 숫자는 1, 1, 1, 1...

2^a 의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, 4...

3^a 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, 9...

따라서, $1^a + 2^a + 3^a$ 의 일의 자리의 숫자는 6, 4, 6, 8... 이 반복된다.

즉, $f(n) = f(n + 4)$ 이므로 $f(10) = f(14)$ 이고

$f(10)$ 의 일의 자리의 숫자는 $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 4 이다.

$\therefore f(10) + f(14) = 4 + 4 = 8$

36. $2^{60}, 3^{40}, 4^{30}, 5^{24}$ 중 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값의 일의 자리 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^{60}, 3^{40}, 4^{30}$ 에서 세 지수의 최대공약수가 10 이므로

$$2^{60} = (2^6)^{10} = 64^{10}, \quad 3^{40} = (3^4)^{10} = 81^{10}, \quad 4^{30} = (4^3)^{10} = 64^{10}$$

$$2^{60} = 4^{30} < 3^{40}$$

$2^{60}, 5^{24}$ 에서 두 지수의 최대공약수가 12 이므로

$$2^{60} = (2^5)^{12} = 32^{12}, \quad 5^{24} = (5^2)^{12} = 25^{12}$$

$$25^{12} < 2^{60} = 4^{30} < 3^{40}$$

따라서 3^n 의 일의 자리 숫자는 $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ 일 때, 3, 9, 7, 1 을 반복하므로

3^{40} 의 일의 자리 숫자는 1

5^n 의 일의 자리 숫자는 n 의 값에 상관없이 항상 5 이다.

5^{24} 의 일의 자리 숫자는 5

따라서 $M \times m$ 의 값의 일의 자리 숫자는 5 이다.

37. 다음 식에서 $A + B + C$ 의 값은?

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(-4x^3)^A \times 2xy^B \div (-2x^2y)^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A x^{3A} \times 2xy^B \div 4x^4y^2 = 8x^Cy$$

$$(-4)^A \times 2 \div 4 = 8 \quad \therefore A = 2$$

$$x^{3A} \times x \div x^4 = x^C$$

$$x^6 \times x \div x^4 = x^C \quad \therefore C = 3$$

$$y^B \div y^2 = y \quad \therefore B = 3$$

$$\therefore A + B + C = 2 + 3 + 3 = 8$$

38. 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 몇 개의 가격과 같은지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{7r}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{6}\pi r^3 \text{ 이고,}$$

지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개의 부피는

$$7 \times \left[\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^3 \right] = \frac{7}{6}\pi r^3 \text{ 이다.}$$

따라서 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 부피는 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌의 부피의 7^2 배이므로, 지름이 $7r\text{mm}$ 인 금 구슬 1 개의 가격은 지름이 $r\text{mm}$ 인 금 구슬 7 개로 만든 팔찌 49 개의 가격과 같다.

39. 어떤 식 A 에 $2x^2 - 5x + 7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니, 답이 $7x^2 - 2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 답은?

① $5x^2 + 3x - 4$

② $5x^2 - 3x - 4$

③ $3x^2 - 2x + 17$

④ $3x^2 + 8x - 11$

⑤ $3x^2 - 12x + 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 - 2x + 3 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 5x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{바른계산}) &= 5x^2 + 3x - 4 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 3x^2 + 8x - 11 \end{aligned}$$

40. 자연수 x 를 7 로 나누면 4 가 남고, 자연수 y 를 7 로 나누면 5 가 남는다. xy 를 7 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 를 7 로 나누었을 때의 몫을 a , y 를 7 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 7a + 4, y = 7b + 5$$

$$\begin{aligned}\therefore xy &= (7a + 4)(7b + 5) \\ &= 49ab + 35a + 28b + 20 \\ &= 7(7ab + 5a + 4b + 2) + 6\end{aligned}$$

따라서 xy 를 7 로 나눈 나머지는 6 이다.

41. $abc = -4$, $a + b + c = 0$ 일 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$a + b + c = 0$ 에서 $a + b = -c$, $b + c = -a$, $c + a = -b$ 이므로
주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}(a+b)(b+c)(c+a) &= (-c) \times (-a) \times (-b) \\ &= -abc = -(-4) = 4\end{aligned}$$

42. $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$ 일 때, $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\frac{y}{x} = A, \frac{x}{y} = \frac{1}{A} \text{ 이라 하면}$$

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \Rightarrow A^2 + \frac{1}{A^2} = 2,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

43. $A = x^2 - 2x + 5$, $B = 2x^2 + x - 3$ 일 때, $5A - (2A + B)$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x^2 - 5x + 8$

② $-3x^2 - 7x - 5$

③ $x^2 + 6x + 9$

④ $-x^2 + 10x - 22$

⑤ $x^2 - 7x + 18$

해설

$$(\text{준식}) = 3A - B$$

A, B 의 값을 대입하면

$$3(x^2 - 2x + 5) - (2x^2 + x - 3) = x^2 - 7x + 18$$

44. $xy + \frac{1}{z} = 1$, $yz + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $\frac{xyz^2 - xyz}{(1-2x)(2x-1)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$xy + \frac{1}{z} = 1, \frac{xyz + 1}{z} = 1, xyz = z - 1 \dots \textcircled{㉠}$$

$$yz + \frac{1}{x} = 2, \frac{xyz + 1}{x} = 2, xyz = 2x - 1 \dots \textcircled{㉡}$$

$$\frac{xyz^2 - xyz}{(1-2x)(2x-1)} = \frac{xyz(z-1)}{-(2x-1)^2}$$

에 식 ㉠, ㉡을 대입하여 풀면,

$$\frac{xyz(z-1)}{-(2x-1)^2} = \frac{xyz(xyz)}{-(xyz)^2} = -1$$

45. $x + y : y + z : z + x = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{23}{6}$

해설

$x + y : y + z : z + x = 3 : 4 : 5$ 에서

$x + y = 3k, y + z = 4k, z + x = 5k$ 라 두면

$2(x + y + z) = 12k, x + y + z = 6k$

따라서 $x = 2k, y = k, z = 3k$

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} &= \frac{2k}{k} + \frac{k}{3k} + \frac{3k}{2k} = 2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{12 + 2 + 9}{6} = \frac{23}{6}\end{aligned}$$