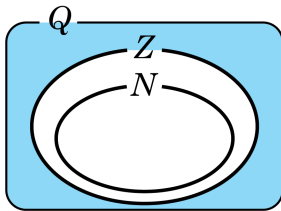


1. 다음 중 그림의 어두운 부분에 알맞은 수를 모두 찾으면? (N : 자연수, Z : 정수, Q : 유리수)



- ① 30 ② -41 ③ $\frac{12}{6}$ ④ $\frac{3}{15}$ ⑤ 0.75

해설

어두운 부분 : 정수가 아닌 유리수

① 양의 정수

② 음의 정수

③ $\frac{12}{6} = 2$ 이므로 양의 정수

④, ⑤ : 정수가 아닌 유리수

2. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

3. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

① 2

② 11

③ 15

④ 18

⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

4. 다음 순환소수 중에서 $\frac{3}{5}$ 보다 작은 수는?

① $0.\dot{5}$

② $0.\dot{6}$

③ $0.\dot{7}$

④ $0.\dot{8}$

⑤ $0.\dot{9}$

해설

$\frac{3}{5} = 0.6$ 이므로 $\frac{3}{5}$ 보다 작은 수는 $0.\dot{5}$ 이다.

5. 다음을 만족시키는 한 자리 자연수의 a 의 값은?

$$0.3\dot{7} < 0.\dot{a} < 0.4\dot{6}$$

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$0.3\dot{7} = 0.3777\cdots$$

$$0.\dot{a} = 0.aaa\cdots$$

$$0.4\dot{6} = 0.464646\cdots$$

$$\therefore a = 4$$

6. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 개수는?

㉠ $100 \leq x \leq 200$

㉡ $\frac{x}{85}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

$85 = 5 \times 17$ 이므로 x 는 17 의 배수이다.

$100 \leq x \leq 200$ 사이의 17 의 배수는 102, 119, $\dots$, 187 모두 6 개 이다.

7. 분수 $\frac{a}{180}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값을 구하여라. (단, $10 < a < 20$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a 는 9 의 배수

$10 < a < 20$ 인 9 의 배수 $a = 18$

8. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5^3 \times 7 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 할 때,
2, 4, 6, 9, 12, 18 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

해설

a 가 2, 4, 6, 12 가 되면 유한소수가 되므로
 a 의 값이 될 수 없다.

9. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.0\dot{2}$

③ $0.3\dot{4}$

④ $1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

10. $\frac{4}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. 따라서 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 100 번째 자리의 숫자는 4 이다.

11. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

① 한 자리 정수

② 두 자리 정수

③ 세 자리 정수

④ 네 자리 정수

⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$

$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

12. 순환소수 $0.2\dot{3}5$ 를 분수로 고칠 때, 순환소수 $0.2\dot{3}5$ 를 x 로 놓고 계산하고자 한다. 이때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$

② $1000x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 100x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 235.3535\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 2.3535\cdots \\ \hline 990x = 233 \end{array}$$

따라서 ⑤ $1000x - 10x$ 이다.

13. 어떤 자연수에 1.5 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$x \times 1.5 - x \times 1.5 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10} \right) = x \times \frac{1}{18} = 0.5$$

$$x = 9$$

$$\text{바르게 계산하면 } 9 \times 1.5 = 9 \times \frac{14}{9} = 14$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

① (유한소수) $\times$ (순환소수) = (순환소수)

② (순환소수) $\div$ (유한소수) = (순환소수)

③ (유한소수) + (순환소수) = (순환소수)

④ (유한소수) - (순환소수) = (순환소수)

⑤ (순환소수) $\div$ (순환소수) = (순환소수)

해설

항상 성립하지 않는 것의 반례를 찾아보면

① $0.3 \times 0.\dot{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{10} = 0.1$

⑤ $0.\dot{3} \div 0.\dot{3} = 1$

따라서 옳은 것은 ②, ③, ④이다.

15. $\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되기 위한 a 의 개수는?
(단, $a \leq 100$, a 는 자연수)

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$\frac{14a}{2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 100 이하의 3의 배수이다.

16. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야
하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b = 50$ 이다.

따라서 $a + b = 113$ 이다.

17. 다음 분수를 순환소수로 나타낸 것은?

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990}$$

① $4.08\dot{2}$

② $4.1\dot{1}\dot{2}$

③ $4.1\dot{2}\dot{2}$

④ $4.1\dot{3}\dot{2}$

⑤ $4.1\dot{5}\dot{2}$

해설

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990} = \frac{4091}{990} = 4.1\dot{3}\dot{2}$$

18. $x = 3.4\dot{5}\dot{2}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

① 3413

② 3414

③ 3415

④ 3417

⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

19. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

① 9

② 16

③ 24

④ 28

⑤ 31

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900} \text{ 이므로 } ab = 24 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 24301 = abcde - 24$$

$$abcde = 24301 + 24$$

$$\therefore abcde = 24325$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 16$$

20. 순환소수 $6.\dot{2}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

$6.\dot{2} = \frac{62 - 6}{9} = \frac{56}{9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.

두 자리의 자연수 중 9의 배수는 18, 27, $\dots$, 99의 10개이다.

21. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

22. $x = \frac{n}{150}$ (n 은 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 무한소수가 되도록 하는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

n 이 3 의 배수이면 $\frac{n}{150}$ 은 유한소수

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

$$\therefore 100 - 33 = 67$$

23. 분수 $\frac{5}{13}$ 를 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 227

해설

$\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (3 + 8 + 4 + 6 + 1 + 5) \times 8 + (3 + 8) = 227$$

24. 11의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼

때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.

이때 $\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$\frac{1}{11} = 0.090909\cdots = 0.\dot{0}\dot{9}, f(1) = 9$$

$$\frac{2}{11} = 0.181818\cdots = 0.\dot{1}\dot{8}, f(2) = 9$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}\dot{7}, f(3) = 9 \text{ 이므로}$$

n 의 값에 관계없이 $f(n) = 9$

$$\frac{f(1)}{f(2)} + \frac{f(2)}{f(3)} + \frac{f(3)}{f(4)} + \cdots + \frac{f(9)}{f(10)} + \frac{f(12)}{f(13)} + \cdots + \frac{f(97)}{f(98)} \text{ 은}$$

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots, f(88), f(89)$ 의 총 $2 \times 8 = 16$ (개)가 빠졌으므로

$$1 \times (97 - 16) = 81$$

25. $1.4\dot{2}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $4.\dot{8}\dot{8}$ 이 되었다. A 의 값을 분수로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{16}$

해설

$$1.4\dot{2} \times A = 4.\dot{8}\dot{8} ,$$

$$A = \frac{484}{99} \times \frac{90}{128} = \frac{55}{16}$$