

1. $\sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 42

해설

$\sqrt{294a} = \sqrt{2 \times 3 \times 7^2 \times a}$ 이 정수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 $a = 2 \times 3 \times k^2$ 이 되어야 한다.
∴ 가장 작은 자연수 a 는 $k = 1$ 일 때이므로 $a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$

2. $\frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}}$ 를 간단히 하면?

① $2 - 4\sqrt{6}$

② $3 - 3\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{6} - 1$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{6(\sqrt{2} + \sqrt{3})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{27} - \sqrt{18}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{6(\sqrt{6} + 3)}{3} - \frac{(18 - 3\sqrt{6})}{3} \\ &= 2\sqrt{6} + 6 - 6 + \sqrt{6} = 3\sqrt{6} \end{aligned}$$

3. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

4. $(x-2y)(x-2y-3)-10$ 을 인수분해하면
 $(x-2y+m)(x-2y+n)$ 일 때, mn 의 값은?

① -10 ② 3 ③ 10 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x-2y &= t \text{ 라 하면,} \\t(t-3)-10 &= t^2-3t-10 \\&= (t-5)(t+2) \\&= (x-2y-5)(x-2y+2) \\\therefore m &= -5, n = 2 \\\therefore mn &= -10\end{aligned}$$

5. $0 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(2-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 4$

② $2a + 4$

③ $-2a - 4$

④ $2a - 4$

⑤ $-2a$

해설

$0 < a < 2$ 이면

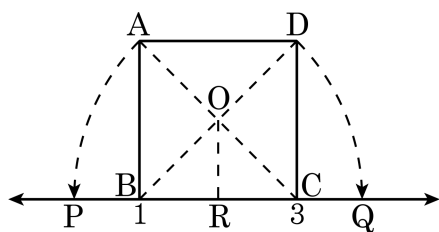
$-2 < a - 2 < 0$, $0 < 2 - a < 2$ 이므로

$$\sqrt{(a-2)^2} + \sqrt{(2-a)^2}$$

$$= |a-2| + |2-a|$$

$$= -(a-2) + 2-a = -2a+4$$

6. 다음 그림의 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} = \overline{PC}$ 이고 $\overline{BD} = \overline{BQ}$, $\overline{BO} = \overline{BR}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① $P(3 - \sqrt{2})$ ② $R(1 - \sqrt{2})$
 ③ $\overline{PR} = 2\sqrt{2}$ ④ $\overline{PQ} = 4\sqrt{2} - 2$
 ⑤ $\overline{BO} = 2\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 2 이므로 대각선 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

$$P \stackrel{\sim}{=} 3 - 2\sqrt{2}, Q \stackrel{\sim}{=} 1 + 2\sqrt{2}, R \stackrel{\sim}{=} 1 + \sqrt{2}$$

$$\textcircled{3} \overline{PR} = (1 + \sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = -2 + 3\sqrt{2}$$

$$\textcircled{4} \overline{PQ} = (1 + 2\sqrt{2}) - (3 - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 2$$

⑤ $\overline{BO} = \sqrt{2}$

7. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서

$$4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0,$$

$$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서

$$3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0,$$

$$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서

$$\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0, \therefore \sqrt{2} + 1 < 3$$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서

$$3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0,$$

$$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} &= \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} \\ &= \frac{7\sqrt{20}}{35} - \frac{5\sqrt{42}}{35} \\ &= \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$$

8. 다음 두 다항식 $x^2 + 3x + 2$, $2x^2 + 3x - 2$ 의 공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은?

① x

② $x + 2$

③ $2x + 3$

④ $3x$

⑤ $3x + 1$

해설

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2)$$

공통인 인수는 $(x + 2)$ 이고,

공통인 인수를 제외한 나머지 인수들의 합은 $(x + 1) + (2x - 1) = 3x$ 이다.

9. $x = \sqrt{3} - 6$, $y = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $x^2 + 2xy - 3y^2$ 의 값은?

① -12

② -24

③ -32

④ $-24\sqrt{3}$

⑤ $-32\sqrt{3}$

해설

$$(\text{준식}) = (x - y)(x + 3y)$$

$$x - y = -8, \quad x + 3y = 4\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$(-8) \times 4\sqrt{3} = -32\sqrt{3}$$

10. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

11. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(75) - f(48)$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2} - 3$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

$\sqrt{75} = 8.\dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{75} - 8 = 5\sqrt{3} - 8$ 이다.

$\sqrt{48} = 6.\dots$ 이므로 정수 부분은 6, 소수 부분은 $\sqrt{48} - 6 = 4\sqrt{3} - 6$ 이다.

$\therefore f(75) - f(48)$

$= (5\sqrt{3} - 8) - (4\sqrt{3} - 6) = \sqrt{3} - 2$ 이다.

12. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.