

1. $2 < \sqrt{x} \leq 4$ 인 정수 x 가 a 개라 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$2 = \sqrt{4}, 4 = \sqrt{16}$$

$\sqrt{4} < \sqrt{x} \leq \sqrt{16}$ 을 만족하는 정수 x 는

$$x = 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$$

따라서 $a = 12$

2. $\sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다.
이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은?

① $a < -2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $-2 < a < 0$

⑤ $-2 < a < 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} \\ &= |a+2| - |a-2| = 2a \end{aligned}$$

이 식이 성립하려면 $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore -2 < a < 2$$

3. 다음 중 $(x+2)$ 를 인수로 갖지 않는 것은?

① $3x^2 + 5x - 2$

② $6x^2 + 9x - 6$

③ $6x^2 + x - 12$

④ $2x^2 - x - 10$

⑤ $2x^2 + 3x - 2$

해설

① $3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1)(x + 2)$

② $6x^2 + 9x - 6 = 3(2x - 1)(x + 2)$

③ $6x^2 + x - 12 = (2x + 3)(3x - 4)$

④ $2x^2 - x - 10 = (2x - 5)(x + 2)$

⑤ $2x^2 + 3x - 2 = (2x - 1)(x + 2)$

4. 넓이가 다음과 같은 직사각형의 세로의 길이가 $3x-3$ 일 때, 가로 길이를 x 에 대한 일차식으로 나타내면?

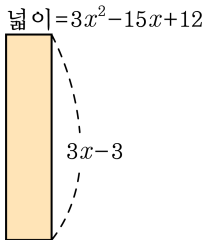
① $x-1$

② $x+1$

③ $x-3$

④ $x-4$

⑤ $x+4$



해설

$$3x^2 - 15x + 12 = (3x - 3) \times A \text{ 이므로 } A = x - 4 \text{ 이다.}$$

5. 다음 중 $a^2x - x$ 의 인수인 것은?

① a

② $x - a$

③ $x + a$

④ $x + 1$

⑤ $a + 1$

해설

$$x(a^2 - 1) = x(a + 1)(a - 1)$$

6. 다음 수의 제곱근 중 바르지 않은 것은?

① 100의 제곱근 = ± 10

② 7의 제곱근 = $\pm \sqrt{7}$

③ -4의 제곱근은 없다.

④ 0.2의 제곱근 = ± 0.04

⑤ $\frac{1}{2}$ 의 제곱근 = $\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

④ 0.2의 제곱근 = $\pm \sqrt{0.2} = \pm \sqrt{\frac{1}{5}}$

7. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답: 개

▶ 정답: 3 개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

8. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$

② $-7a$

③ $-4a$

④ $2a$

⑤ $3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \end{aligned}$$

$$= -2a - (-3a) + (-5a)$$

$$(\because a < 0 \text{ 이므로 } 2a < 0, -3a > 0, -5a > 0)$$

$$= -2a + 3a - 5a = -4a$$

9. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만 이루어진 것은?

① $\sqrt{21}$, $-\sqrt{7}$, $0.\dot{5}$

② $\sqrt{121}$, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{21}$

③ $-\sqrt{6}$, $\sqrt{3+2}$, $-\sqrt{1}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sqrt{0.36}$, $\frac{\sqrt{4}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\sqrt{8.1}$, $\sqrt{4}+3\sqrt{2}$

해설

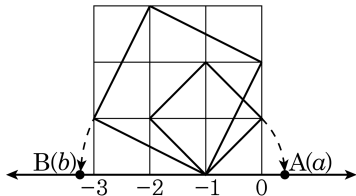
① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 는 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$, $\frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

10. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A 의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B 의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

$$a \text{ 와 } b \text{ 의 중점의 좌표는 } \frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

11. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{12} \times \sqrt{2a} = 24$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$\sqrt{2 \times 3 \times a \times 12 \times 2a} = 24$$

$$\sqrt{4^2 \times 3^2 \times a^2} = 24$$

$$12\sqrt{a^2} = 24$$

$$12a = 24$$

$$\therefore a = 2$$

12. $2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 을 계산하면?

① $3\sqrt{2}$

② $6\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{5}$

④ $12\sqrt{6}$

⑤ $20\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{5} \\ &= 20\sqrt{5}\end{aligned}$$

13. $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{162}$ 를 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $13\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{4\sqrt{6}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} + \sqrt{9 \times 9 \times 2} \\&= \frac{4 \times 3\sqrt{2}}{3} + 9\sqrt{2} \\&= 4\sqrt{2} + 9\sqrt{2} \\&= 13\sqrt{2}\end{aligned}$$

14. 두 다항식 $x^2 - ax + 2$, $2x^2 - 7x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 2$ 일 때, 나머지 인수들의 합을 구하면? (단, a , b 는 상수)

① $2x - 3$

② $x - 5$

③ $x + 2$

④ $3x - 4$

⑤ $x - 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax + 2 &= (x - 2)(x + k) \\ &= x^2 + (k - 2)x - 2k\end{aligned}$$

$$k - 2 = -a, -2k = 2$$

$$\rightarrow k = -1, a = 3$$

$$\begin{aligned}2x^2 - 7x + b &= (x - 2)(2x + m) \\ &= 2x^2 + (m - 4)x - 2m\end{aligned}$$

$$m - 4 = -7, b = -2m$$

$$\rightarrow m = -3, b = 6$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$$

$$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) \text{ 이므로}$$

나머지 인수들의 합은

$$(x - 1) + (2x - 3) = 3x - 4 \text{ 이다.}$$

15. x, y 는 자연수이다. x, y 의 값과 상관없이 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 나눌 수 있는 가장 큰 짝수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

인수분해하면

$$\begin{aligned} & (x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2 \\ &= \{(x + y - 3) + (x - y + 3)\} \\ & \quad \{(x + y - 3) - (x - y + 3)\} \\ &= 2x(2y - 6) \\ &= 4x(y - 3) \end{aligned}$$

이므로 $(x + y - 3)^2 - (x - y + 3)^2$ 을 x, y 의 값과 상관없이 나눌 수 있는 가장 큰 짝수는 4 이다.

16. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

① $-\sqrt{0.121} = -0.11$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2, B = \sqrt{(-b)^2}$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$

② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$

③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.

⑤ $A = -(\sqrt{a})^2 = -a, B = \sqrt{(-b)^2} = b$ 이므로 $A \times B = -ab$

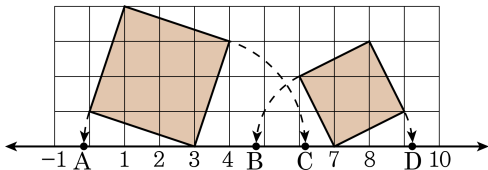
17. 다음 중 옳은 것은?

- ① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.
- ② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.
- ⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

- ① 제곱수의 제곱근은 유리수
- ② $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
- ④ $0 \times \sqrt{2} = 0$
- ⑤ $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$

18. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10

② 13

③ 17

④ 20

⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

19. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$$

① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

$$3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$$

② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

$$\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$$

$$\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$$

③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$

$$1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$$

$$\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$$

④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$

음수이므로 제일 왼쪽에 있다.

⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$

$$6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$$

①과 ⑤를 비교해 보면

$$3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$$

20. 다음을 만족하는 유리수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{\frac{2ab}{c}}$ 의 값은?

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{a}, \quad \sqrt{135} = 3\sqrt{b}, \quad \sqrt{2000} = c\sqrt{5}$$

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 8} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \sqrt{2} = \sqrt{a}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\sqrt{135} = \sqrt{3^3 \times 5} = 3\sqrt{15} = 3\sqrt{b}$$

$$\therefore b = 15$$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{20^2 \times 5} = 20\sqrt{5} = c\sqrt{5}$$

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore \sqrt{\frac{2ab}{c}} = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 15}{20}} = \sqrt{3}$$

21. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

23. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{\sqrt{8}}{8}$

③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$

$\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$

소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$$

$$= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4}$$

$$= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16 - 8} = 1$$

24. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414

② -1.732

③ 1.732

④ -2.449

⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

25. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(72) - f(32)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2} - 3$

해설

$\sqrt{72} = 8. \dots$ 이므로 정수 부분은 8, 소수 부분은 $\sqrt{72} - 8 = 6\sqrt{2} - 8$ 이다.

$\sqrt{32} = 5. \dots$ 이므로 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{32} - 5 = 4\sqrt{2} - 5$ 이다.

$f(72) - f(32) = (6\sqrt{2} - 8) - (4\sqrt{2} - 5) = 2\sqrt{2} - 3$ 이다.

26. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$(1) a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$$

$$(2) x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

① 16, 6, 3

② 8, 6, 3

③ 16, 3, 6

④ 8, 3, 6

⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$

$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$

$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

27. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}-2 < 0$, $-7-\sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{(2-\sqrt{3}) + (7+\sqrt{3})}} = \sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$$

28. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}} \text{ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 } x, y \text{ 는}$$

다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

29. 부등식을 만족하는 정수 x 의 개수가 가장 많은 것을 골라라.

보기

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $1 < \sqrt{5-3x} < 4$

각 변을 제곱하면 $1 < |5-3x| < 16$ 이므로

$5-3x \geq 0$ 일 때, $1 < 5-3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = -3, -2, -1, 0, 1$

$5-3x < 0$ 일 때, $1 < -5+3x < 16$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3, 4, 5, 6$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 9 개이다.

㉡ $2 < \sqrt{1-x} < \sqrt{7}$

각 변을 제곱하면 $4 < |1-x| < 7$ 이므로

$1-x \geq 0$ 일 때, $4 < 1-x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = -5, -4$

$1-x < 0$ 일 때, $4 < -1+x < 7$ 이므로 이를 만족하는 $x = 6, 7$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 4 개이다.

㉢ $-1 < \sqrt{2x-3} < 2$

각 변을 제곱하면 $1 < |2x-3| < 4$ 이므로

$2x-3 \geq 0$ 일 때, $1 < 2x-3 < 4$ 이므로 이를 만족하는 $x = 3$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 정수는 모두 2 개이다.

그러므로 답은 ㉠ 이다.

30. $x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 의 값을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 10$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - 7x - 3y + a \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = -7 \\ +) -\alpha + \beta = -3 \\ \hline 2\beta = -10 \end{array}$$

$$\beta = -5, \alpha = -2$$

$$\therefore a = \alpha\beta = (-2) \times (-5) = 10$$

31. $x^2 - 20x + 84$ 가 17 의 배수일 때, 자연수 x 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 20x + 84 = (x - 6)(x - 14)$ 가 17 의 배수가 되려면

$x - 6$ 또는 $x - 14$ 가 17 의 배수가 되어야 한다.

이때, 0 이 모든 수의 배수이므로 $x - 6 = 0$, $x - 14 = 0$ 일 때,
최솟값을 갖는다.

자연수 x 의 최솟값은

$x - 6 = 0$ 일 때이므로 $x = 6$

32. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{의 값을 구하여}$$

라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$\begin{aligned} & z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z) \\ &= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z \\ &= (z-y)x^2 - (z^2 - y^2)x + (z-y)yz \\ &= (z-y) \{x^2 - (z+y)x + yz\} \\ &= (z-y)(x-y)(x-z) \\ &= (x-y)(y-z)(z-x) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$

33. $1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2$
의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -128

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - (1+2)^2 + (2+3)^2 - (3+4)^2 + (4+5)^2 - (5+6)^2 + (6+7)^2 - (7+8)^2 \\ &= 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 \\ &= (1^2 - 3^2) + (5^2 - 7^2) + (9^2 - 11^2) + (13^2 - 15^2) \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) \\ &\quad + (9-11)(9+11) + (13-15)(13+15) \\ &= -2(4+12+20+28) \\ &= -128 \end{aligned}$$

34. $x^2 + 3x - 1 = 0$ 일 때, $-x^4 + 7x^2 - 12x + 5$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + 3x - 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 = 1 - 3x$$

$$x^4 = (1 - 3x)^2$$

$$= 1 - 6x + 9x^2$$

$$= 1 - 6x + 9(1 - 3x)$$

$$= 1 - 6x + 9 - 27x$$

$$= 10 - 33x$$

$$\therefore -x^4 + 7x^2 - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7(1 - 3x) - 12x + 5$$

$$= 33x - 10 + 7 - 21x - 12x + 5$$

$$= 2$$

35. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\
 &= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\
 &= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\
 &= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}
 \end{aligned}$$